



THÈSE / UNIVERSITÉ DE TOULON

pour le grade de **DOCTEUR en Automatique, Signal,
Productique, Robotique**

École doctorale 548 Mer et Science

présentée par

Charly PERAUD

préparée au laboratoire COSMER – EA 7398

COnception de Systèmes Mécaniques et Robotiques

Gestion automatisée de l'ombilical d'un système coopératif ROV/USV

**Thèse soutenue à Toulon
le 12 décembre 2025**

devant le jury composé de :

Lionel LAPIERRE

Professeur, ENSTA / *Rapporteur*

Guillaume ALLIBERT

Professeur des universités, Université Côte d'Azur / *Rapporteur*

Nadège THIRION-MOREAU

Professeur des universités, Université de Toulon / *Examinatrice*

Aurélien MERCI

Expert en robotique sous-marine, DGA Toulon / *Invité*

Cédric ANTHIERENS

Maître de conférences HDR, Université de Toulon / *Directeur de thèse*

Vincent HUGEL

Professeur des universités, Université de Toulon / *Co-directeur de thèse*

Être un nuage, ça n'a jamais fait partie du plan.

Lucas Gouiffes, extrait de "Toxicity" - épisode 9

Je remercie ...

Table des matières

Table des matières	1
Glossaire	3
Introduction générale	5
Contexte scientifique	8
Valorisation des travaux	11
1 Etat de l’art	13
1.1 Système ROV/USV et Gestion de l’ombilical	14
1.2 Stratégies de suivi multi-robots	27
1.3 Stratégies de localisation sous-marine	30
1.4 Problématique détaillée	32
2 Simulateur de mission ROV/USV	35
2.1 Méthodes de modélisation de câble	36
2.2 Modélisation de l’ombilical	40
2.3 Modélisation du système ROV/USV	56
2.4 Architecture du simulateur	62
2.5 Validation expérimentale du simulateur	65
2.6 Conclusion du chapitre	67
3 Solution de gestion automatisée de câble pour système ROV/USV	69
3.1 Nouvelle instrumentation du système en V basée IMU	70
3.2 Conception et fabrication de l’enrouleur de l’USV	80
3.3 Interface Homme-Machine du système	90
3.4 Conclusion du chapitre	93
4 Stratégies de suivi multi-robots et de localisation relative	95
4.1 Dispositif expérimental	96
4.2 Comportement semi-tendu du système en V	99
4.3 Modes de suivi du ROV	106

4.4	Stratégies de localisation relative	115
4.5	Conclusion du chapitre	120
5	Conclusion générale & perspectives	123
6	Annexes	127
6.1	Expression du coefficient d'allongement S'	127
6.2	Détail des calculs du modèle de câble - Euler	130
6.3	Détail des calculs du modèle de câble - Quaternions	149
6.4	Détail de la modélisation des robots	162
6.5	Session expérimentale au CEPHISMER	170
6.6	Architecture ROS2 complète de l'IHM	176
	Bibliographie	182
	Table des figures	183

Glossaire

AUV : Autonomous Underwater Vehicle

CDSN : Contrat Doctoral Spécifique Normalien

CEPHISMER : Centre Expert dans la Plongée Humaine et l'Intervention Sous la MER

COSMER : COncception de Systèmes Mécaniques Et Robotiques

EOSMD : Ecoconception et Optimisation de Systèmes Mécaniques Durables

IHM : Interface Homme-Machine

IMU : Inertial Measurement Unit

LBL : Long Base Line

QTM : Qualisys Track Manager

RMMAT : Robotique Mobile Marine, Amphibie et Terrestre

ROS : Robot Operating System

ROV : Remotely Operated Vehicle

TMS : Tether Management System

USBL : Ultra Short Base Line

USV : Unmanned Surface Vehicle

Introduction générale

La surface de la Terre est couverte de plus de 70 % par des mers et des océans, qui restent cependant en grande partie inexplorés par l'homme. N'étant naturellement pas capables de vivre sous l'eau, les humains ont néanmoins été animés par leur curiosité, les incitant à repousser sans cesse les limites de la plongée, cherchant à atteindre des profondeurs toujours plus grandes. À ce jour, le record mondial de plongée en apnée atteint près de 126 mètres. Cependant, des recherches ont révélé que cette performance est limitée par des facteurs physiologiques tels que la narcose à l'azote, la toxicité de l'oxygène et le syndrome nerveux des hautes pressions [1]. Grâce au développement d'équipements spécialisés, comme le scaphandre autonome, l'homme a pu atteindre des profondeurs bien plus importantes, jusqu'à 300 mètres. Toutefois, ces performances ne sont ni durables sur le long terme, ni suffisantes pour permettre une exploration complète de la zone subocéanique (Fig. 1), mettant en évidence la nécessité de développer des solutions technologiques pour y parvenir.

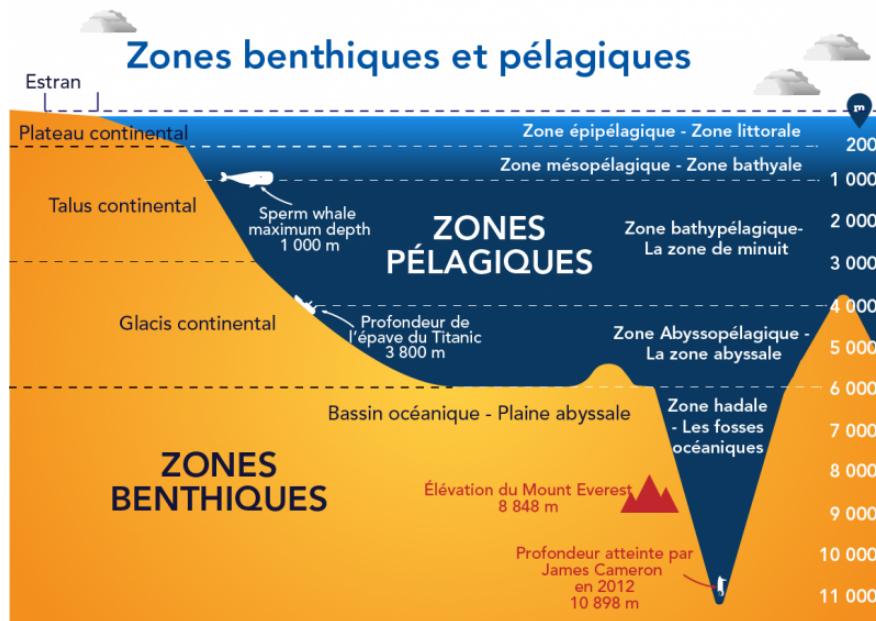
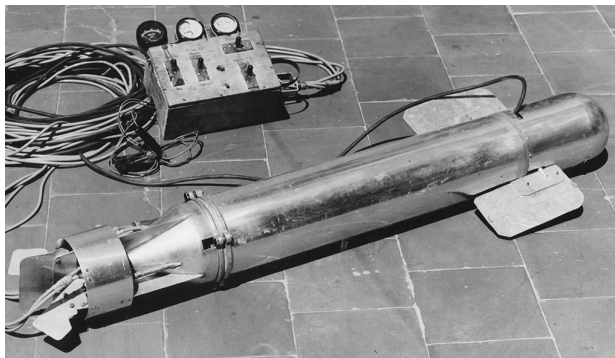


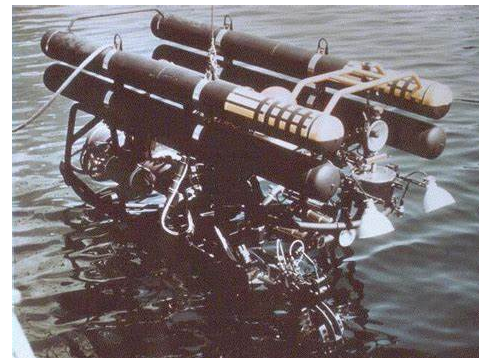
Figure 1 – Profondeur des différentes zones océaniques [2]

La robotique sous-marine s'impose aujourd'hui comme un domaine de recherche et d'innovation crucial, tant pour l'exploration scientifique que pour les applications industrielles et militaires. Le développement de robots capables d'évoluer dans les fonds marins est devenu indispensable en raison de l'augmentation des missions à réaliser dans cet environnement complexe, marqué par des contraintes techniques majeures telles que la pression extrême, les basses températures et l'absence de lumière.

L'histoire de la robotique sous-marine trouve ses origines dans les premières tentatives humaines d'explorer les océans à l'aide d'appareils rudimentaires. Dès le XIXe siècle, des pionniers tels que William Beebe et Otis Barton ont expérimenté des capsules submersibles, préludes aux véhicules sous-marins autonomes modernes [3]. Au fil des décennies, des avancées majeures dans des secteurs connexes tels que la gestion de l'énergie, les technologies de communication, la science des matériaux, la miniaturisation des composants électroniques et plus récemment l'intelligence artificielle ont permis de développer des solutions robotiques toujours plus performantes. Les premiers véhicules télécommandés sous-marins, aussi appelés ROV¹, ont vu le jour dans les années 1950, notamment le POODLE du MIT ou le CURV de l'US Navy (voir Fig. 2), initialement utilisés pour des opérations de recherche d'épaves ou de sauvetage.



(a) ROV POODLE du MIT, 1953



(b) ROV CURV de l'US Navy, 1960

Figure 2 – Première génération de robots sous-marins

Les années 1980 ont vu l'émergence des premiers véhicules sous-marins autonomes, ou AUV², capables de réaliser des missions sous-marines sans intervention humaine directe, ouvrant de nouvelles perspectives pour l'exploration et la surveillance des océans. Ce n'est qu'à partir des années 1990 que les drones opérant à la surface de l'eau, appelés USV³, ont commencé à se développer plus sérieusement, en particulier pour des missions militaires telles que la sécurité maritime, ou scientifiques comme la surveillance environnementale. Aujourd'hui, l'ensemble de ces robots est omniprésent dans des secteurs tels que l'offshore pétrolier, la défense ou encore la recherche scientifique. Ils sont déployés pour réaliser des missions qui seraient coûteuses, ou

1. Remotely Operated Vehicle
 2. Autonomous Underwater Vehicle
 3. Unmanned Surface Vehicle

dangereuses voire impossibles à effectuer par des humains. Ces tâches incluent notamment la cartographie des grands fonds marins, l’inspection et la maintenance d’infrastructures sous-marines, ainsi que la collecte automatisée de données environnementales dans des zones hostiles ou difficilement accessibles.

Le secteur de la robotique sous-marine bénéficie d’un soutien financier croissant, notamment en raison des enjeux stratégiques qu’il représente. En France, les investissements dans ce domaine sont soutenus par des budgets nationaux, avec des acteurs majeurs comme *Naval Group*, qui jouent un rôle clé dans le développement de solutions robotiques pour la défense [4]. Le gouvernement français, via des organismes comme l’AID⁴ ou la DGA⁵, consacre des ressources importantes à la recherche et au développement dans ce secteur [5]. Des plans d’investissement nationaux sont également mis en place afin de soutenir l’innovation technologique dans ce domaine et de renforcer la position de la France en tant que leader technologique [6]. Enfin, l’innovation reste dynamique, appuyée par un écosystème de start-ups, de laboratoires de recherche et de partenariats public-privé. Sur le plan mondial, des pays comme les États-Unis et la Chine ont considérablement augmenté leur budget dans le domaine de la robotique sous-marine, notamment en réponse à des besoins militaires et économiques grandissants [7, 8]. Enfin, les entreprises comme Ocean Infinity ou Bluefin Robotics s’affirment comme des leaders internationaux, contribuant à l’expansion de ce secteur.

4. Agence de l’Innovation de Défense

5. Direction Générale de l’Armement

Contexte scientifique

Mes travaux de thèse se déroulent au sein du laboratoire COSMER⁶ de l'Université de Toulon, en France. Cette unité de recherche a été créée par le Conseil d'Administration de l'Université de Toulon le 18 novembre 2014, sous la direction de Vincent HUGEL, Professeur des Universités section CNU 60. Deux axes de recherche principaux y sont développés :

- EOSMD⁷, un axe centré sur l'éco-conception des systèmes mécaniques en se focalisant sur des méthodes d'optimisation des systèmes complexes.
- RMMAT⁸, un axe qui cible ses recherches sur la mobilité et l'autonomie de systèmes robotiques en milieux aquatique et terrestre.

Depuis 2016, l'axe de recherche RMMAT s'est orienté vers la robotique mobile marine et sous-marine, donnant naissance à plusieurs projets novateurs centrés sur l'étude d'un ROV. Le premier de ces travaux, réalisé dans le cadre de la thèse de Matheus Laranjeira Moreira, soutenue en 2019 [9], s'est concentré sur le contrôle par asservissement visuel d'une cordée de ROVs, reliés par un ombilical de longueur fixe assurant leur communication. En 2021, Ornella Tortorici a soutenu une thèse portant sur la gestion active des systèmes câblés en robotique sous-marine [10]. Ses travaux ont abouti à la conception d'un dispositif d'enroulement automatisé de l'ombilical d'un ROV, qui constitue le point de départ des recherches développées dans le cadre de cette thèse et qui sera présenté en détail dans la suite de ce manuscrit. Enfin, les travaux de thèse en cours de Martin Filiung portent sur le développement de stratégies de commande pour une cordée de ROVs, en intégrant la dynamique de chaque robot ainsi que celle des ombilicaux constituant le système.

Mes travaux s'inscrivent dans le cadre d'un financement CDSN⁹ attribué par l'École Normale Supérieure de Rennes à compter du 1er septembre 2022 pour une durée de trois ans. Ce dispositif, mis en place par le Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche et de l'Innovation, vise à soutenir la recherche académique dans une grande variété de thématiques développées au sein des laboratoires de recherche répartis sur l'ensemble du territoire français. Destinés spécifiquement aux élèves des Écoles Normales Supérieures, ces contrats doctoraux offrent la possibilité de s'engager dans un projet scientifique et technique d'envergure, en collaboration étroite avec des organismes de recherche nationaux, tels que le CNRS, l'INRIA ou les grandes universités. Les normaliens, ayant reçu une formation approfondie aux métiers de l'enseignement et de la recherche durant leur cursus, sont ainsi encouragés à contribuer activement à l'avancée des connaissances dans leur domaine de spécialité, offrant également une grande liberté dans le choix du sujet de recherche et du laboratoire d'accueil.

6. COncception de Systèmes Mécaniques Et Robotiques

7. Ecoconception et Optimisation de Systèmes Mécaniques Durables

8. Robotique Mobile Marine, Amphibie et Terrestre

9. Contrat Doctoral Spécifique Normalien

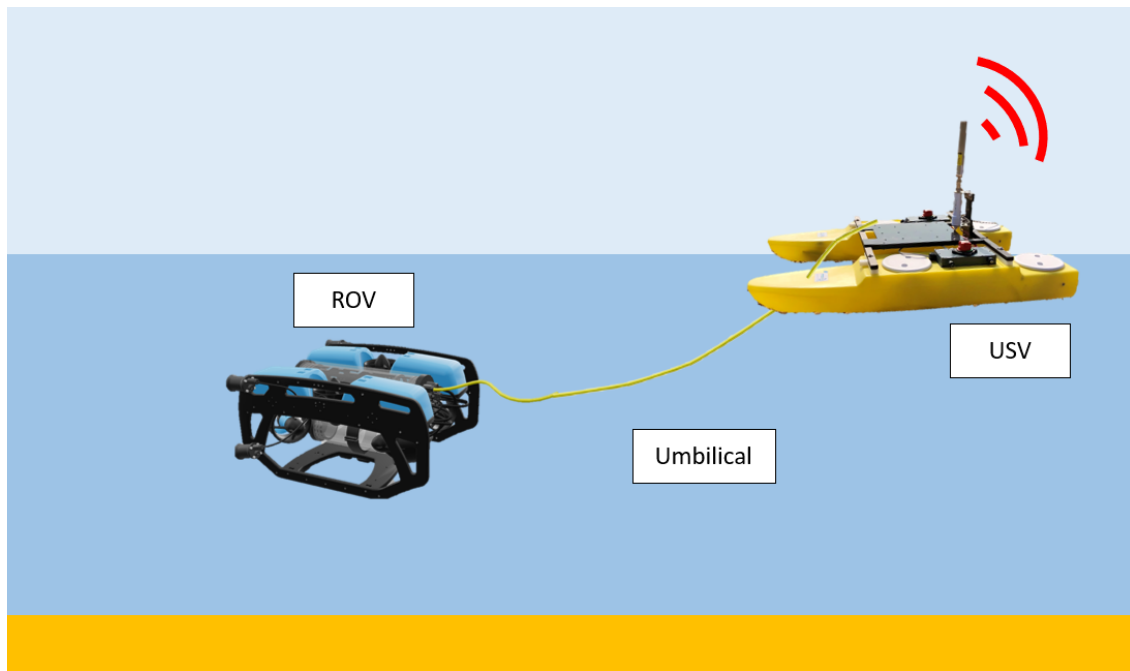


Figure 3 – Système ROV/USV étudié dans cette thèse

Le projet développé dans cette thèse s'intéresse aux systèmes coopératifs ROV/USV (voir Fig. 3) développés dans le domaine de la robotique sous-marine et s'inscrit dans la continuité des travaux menés par Ornella Tortorici sur la gestion active de l'ombilical d'un ROV. Un ROV est un drone conçu pour évoluer dans l'environnement sous-marin et dont la communication en temps-réel avec un opérateur humain s'effectue par le biais d'un câble. Pour les missions sous-marines ne nécessitant pas de retour direct (e.g. mesures océanographiques), l'emploi de drones autonomes (AUV ou gliders), utilisant leurs capteurs et intelligence embarqués pour mener à bien leur mission, est privilégié. Le câble du ROV présente toutefois un inconvénient majeur : celui d'être relié physiquement à celui-ci. La longueur de câble disponible limite directement la zone opérationnelle du robot : le ROV ne peut pas s'éloigner plus que la longueur maximale de câble, à moins de se déplacer avec lui depuis un navire en surface, entraînant ainsi d'important coûts logistiques.

Les récentes évolutions technologiques liées au domaine de la robotique, principalement autour des solutions de stockage d'énergie ou de télécommunications, permettent aujourd'hui d'envisager le remplacement du navire par un USV. Un USV est un drone marin naviguant à la surface de la mer, avec lequel la communication se fait principalement par ondes électromagnétiques, permettant ainsi un contrôle du robot sur de grandes distances. Ces ondes étant atténuées dans l'eau au bout de quelques centimètres d'immersion, cette technologie de communication n'est accessible qu'aux robots de surface. L'USV fera alors office d'interface entre le ROV en mission et l'opérateur sur terre, qui ne sera plus obligé d'être à portée du ROV pour le téléopérer, ce qui augmentera sa portée opérationnelle et donnera naissance à un système couplée de robotique sous-marine : le système ROV/USV.

L'absence d'intervention humaine directe sur le terrain impose cependant une exigence accrue de fiabilité du système couplé, afin de garantir un fonctionnement aussi autonome que possible. Dans le cas d'un système ROV/USV, cette fiabilité repose en grande partie sur la maîtrise géométrique et dynamique du câble reliant les deux engins, appelé *ombilical*. En effet, les ROVs déployés au large depuis un navire sont généralement accompagnés d'une solution de gestion de câble — également appelée TMS ¹⁰ — permettant de stocker le câble non déployé, soulignant ainsi l'importance de cette composante dans les missions sous-marines. De plus, les travaux d'Ornella Tortorici ont mis en évidence qu'une mauvaise gestion du câble d'un ROV peut compromettre ses performances opérationnelles de plusieurs manières :

- une manoeuvrabilité réduite du ROV et des perturbations de sa trajectoire en raison des efforts mécaniques transmis par le câble sur celui-ci ;
- des risques accrus d'emmêlement du câble ou de collisions avec l'environnement ;
- une diminution de son espace opérationnel disponible ;
- une hausse de la consommation énergétique, réduisant l'autonomie globale du système.

Ces limitations sont d'autant plus critiques au sein d'un système ROV/USV, la faible inertie des robots les rendant particulièrement sensibles aux perturbations induites par le câble. C'est dans ce contexte que s'inscrit le présent travail de recherche, dont la **problématique principale** porte sur la gestion de l'ombilical au sein d'un système ROV/USV. Le développement d'une **solution automatisée de gestion de la longueur de l'ombilical**, intégrée directement à l'USV, constitue un élément clé pour doter ce système distribué d'un comportement véritablement autonome. En complément, une telle solution offre la possibilité d'exploiter l'ombilical comme support d'instrumentation (par exemple via des capteurs distribués), ouvrant la voie à l'étude de problématiques plus larges liées à la coopération multi-robots, telles que la mise en place de **stratégies de commande synchronisées** ou le développement de **méthodes de localisation relative** entre le ROV et l'USV.

10. Tether Management System

Valorisation des travaux

Plusieurs valorisations des travaux ont été menées lors de cette thèse :

- Charly Peraud, Martin Filliung, Cédric Anthierens, Claire Dune, Nicolas Boizot, Vincent Hugel. "IMU-based Monitoring of Buoy-Ballast System through Cable Dynamics Simulation". 2024 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2024), Oct 2024, Abu Dhabi, United Arab Emirates. Disponible : <https://hal.science/hal-04756297>
- Charly Peraud, Cédric Anthierens, Vincent Hugel. "Cable Lobe Detection in a ROV/USV Tethered System Using IMUs and Compliant Buoy-Ballast Equipment". 4th workshop on RObotic MANipulation of Deformable Objects : beyond traditional approaches (ROMADO), Oct 2024, Abu Dhabi, United Arab Emirates. Disponible : <https://hal.science/hal-04768235>
- En soumission : Charly Peraud, David Eskoundos, Cédric Anthierens, Vincent Hugel. "Design of a Smart Tether Winch for an Autonomous ROV/USV System". Ocean Engineering.
- En soumission : Charly Peraud, David Eskoundos, Cédric Anthierens, Vincent Hugel. "Control Strategies for Motion Coordination of Tethered ROV/USV Systems using Active Cable Management ". Control Engineering Practice.
- Ornella Tortorici, Charly Peraud, Cédric Anthierens, Vincent Hugel. "Automated Deployment of an Underwater Tether Equipped with a Compliant Buoy-Ballast System for Remotely Operated Vehicle Intervention". Journal of Marine Science and Engineering, 12(2) :279, February 2024. Disponible : <https://www.mdpi.com/2077-1312/12/2/279>
- Martin Filliung, Juliette Drupt, Charly Peraud, Claire Dune, Nicolas Boizot, et al.. An Augmented Catenary Model for Underwater Tethered Robots. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2024), May 2024, Yokohama, Japan. pp.6051 - 6057. Disponible : <https://hal.science/hal-04459364v1>

Chapitre 1

Etat de l'art

Table des matières

1.1	Système ROV/USV et Gestion de l'ombilical	14
1.1.1	ROV	14
1.1.2	USV	18
1.1.3	Les systèmes couplés ROV/USV	21
1.1.4	Gestion de l'ombilical	23
1.2	Stratégies de suivi multi-robots	27
1.2.1	Les structures de coordination multi-robots	27
1.2.2	Les trajectoires du robot leader	28
1.2.3	Les stratégies de suivi du follower	29
1.3	Stratégies de localisation sous-marine	30
1.4	Problématique détaillée	32

1.1 Système ROV/USV et Gestion de l'ombilical

Dans le domaine des robots mobiles, on distingue trois grandes catégories, chacune répondant à des applications variées : les robots aériens, terrestres et marins. Cette thèse porte sur la robotique marine sans équipage, qui englobe les robots évoluant à la surface de la mer, désignés sous le terme de robots marins, ainsi que ceux opérant sous l'eau, appelés robots sous-marins. Selon leur mode de fonctionnement et leur conception, ces robots se subdivisent en plusieurs catégories, comme illustré sur la Fig. 1.1. Les robots étudiés dans cette thèse — à savoir les **ROVs** et les **USVs** — sont présentés dans cette section. Quelques exemples de systèmes ROV/USV issus de la recherche et de l'industrie seront discutés afin d'illustrer l'état actuel du domaine et de situer les travaux de cette thèse. Enfin, la problématique spécifique de la gestion de l'ombilical, inhérente au fonctionnement des ROVs, sera ensuite abordée, présentant également les perspectives d'intégration de celle-ci dans les systèmes ROV/USV.

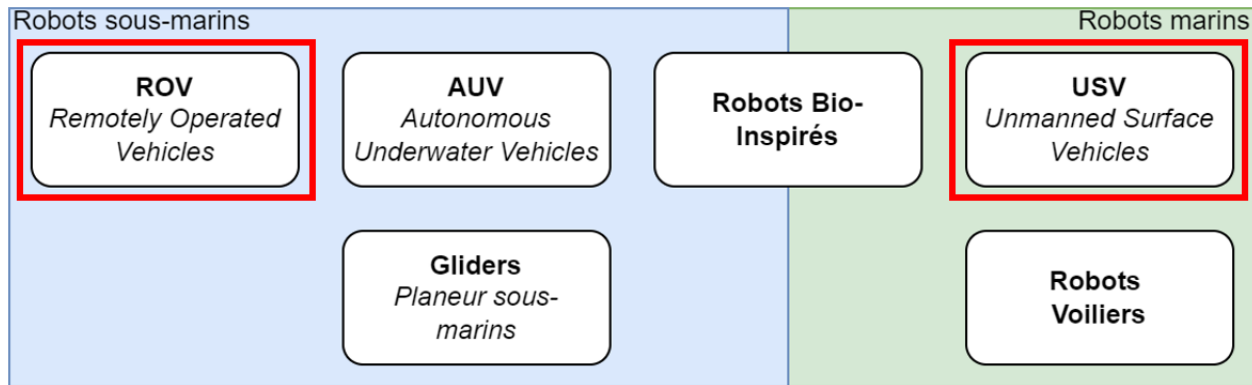


Figure 1.1 – Catégories de robots marins et sous-marins

1.1.1 ROV

Les ROV sont des véhicules sous-marins téléopérés, conçus pour être pilotés à distance depuis la surface, principalement par l'intermédiaire d'un câble, aussi appelé *ombilical*. Ce câble permet non seulement l'échange de données avec l'opérateur en surface, mais peut également servir à la transmission d'énergie au robot nécessaire pour son fonctionnement. C'est notamment le cas des ROV opérant à de grandes profondeurs, dont la consommation énergétique est plus élevée en raison de leur gabarit adapté à ces conditions opérationnelles, et pour lesquels il n'est pas envisageable de devoir remplacer une éventuelle source d'énergie embarquée en cours de mission. Contrairement aux véhicules autonomes qui exécutent leurs missions de manière indépendante, le contrôle en temps-réel des ROV trouve son utilité lors d'interventions nécessitant précision et réactivité.

L'architecture typique d'un ROV s'articule autour d'un cadre robuste, souvent ouvert pour permettre le passage de l'eau, réduisant sa résistance hydrodynamique (Fig. 1.2). Les

mouvements du robot sont engendrés par des propulseurs positionnés sur l'armature du robot (entre trois et huit selon sa taille et sa complexité), ce qui lui assure une certaine manœuvrabilité selon les degrés de liberté désirés. En fonction de sa mission, le ROV peut être équipé d'autres actionneurs, comme des bras manipulateurs ou des outils spécifiquement conçus pour la maintenance de systèmes immergés. Il est nécessaire que toute l'électronique nécessaire à son fonctionnement - microprocesseur de contrôle, convertisseurs de puissance, modules de communication et certains capteurs - soient contenus dans un caisson hermétique afin de la protéger de l'eau. Le processeur de contrôle du ROV centralise toutes les données à sa disposition et assure la génération de ses commandes. Les convertisseurs de puissance assurent l'alimentation électrique des différents sous-systèmes présents dans le robot. Enfin, les modules de communication permettent l'échange de données d'une part entre le ROV et ses sous-systèmes (capteurs décentralisés) et d'autre part avec la surface via l'ombilical.

Au niveau des capteurs du ROV, on trouve généralement des centrales inertielles 9 axes offrant la possibilité de mesurer les accélérations linéaires, vitesses angulaires et champs magnétiques selon 3 axes liés à son repère mobile. Le traitement de ces mesures lui permet notamment au robot d'obtenir des informations sur son orientation. L'utilisation de caméras est également très fréquente, profitant de la communication par câble pour avoir un retour direct sur l'environnement du robot. Enfin, d'autres capteurs externes, positionnés sur l'armature du robot et au contact de l'eau, peuvent également être ajoutés, permettent au robot d'effectuer certaines mesures de variables environnementales (température, conductivité, salinité), acoustiques (système de sonar) ou de pression (liée à la profondeur du robot sous l'eau).

En pratique, on distingue deux catégories de ROV en fonction de leur taille et de leur capacité à opérer à différentes profondeurs [11]. Les ROV d'inspection sont généralement plus compacts et légers, entre 3 et 120 kg, conçus pour surveiller et évaluer l'état des structures sous-marines, ce qui leur offre une grande maniabilité et une facilité de déploiement. Les ROV d'intervention peuvent peser plusieurs tonnes et sont déployés spécifiquement pour effectuer des tâches complexes dans des milieux inatteignables par l'homme.

Exemples de ROV

Dans l'ordre décroissant de taille et de profondeur de mission, on présente le Victor 6000 (Fig. 1.2), qui est un ROV d'intervention développé par l'Ifremer, capable de plonger jusqu'à 6 000 mètres de profondeur [12]. Depuis sa mise en service en 1999, il a réalisé plus de 800 plongées, totalisant 15 000 heures d'intervention sous-marine. Pesant 4.6 tonnes, il est équipé de deux bras manipulateurs, chacun capable de soulever jusqu'à 100 kg, facilitant ainsi la manipulation d'outils et le prélèvement d'échantillons. Son système de propulsion lui permet de résister à des courants sous-marins allant jusqu'à 0,5 m/s. Le ROV dispose d'un système de caméras haute définition, offrant une vue panoramique de l'environnement sous-marin. Il est également doté d'un module scientifique configurable, intégrant divers capteurs et outils de prélèvement tels



Figure 1.2 – ROV Victor 6000 de l'Ifremer

que des sondeurs, des préleveurs d'eau et des aspirateurs à faune. Ce ROV est principalement utilisé pour des missions d'observation, de cartographie fine, de prélèvement d'échantillons biologiques et géologiques, ainsi que pour l'inspection et la maintenance d'infrastructures sous-marines. Sa conception modulaire et ses équipements avancés en font un outil essentiel pour l'exploration et l'étude des grands fonds marins.

D'autres ROVs, plus compacts et plus légers, sont conçus pour des missions moins profondes ou plus spécifiques. C'est le cas du Tortuga (Fig. 1.3) développé par Subsea Tech et conçu pour des missions d'inspection et d'intervention jusqu'à une profondeur de 500 m [13]. Avec quatre propulseurs longitudinaux à contrôle azimutal et deux propulseurs verticaux, le Tortuga possède une bonne stabilité et manœuvrabilité, dans des courants pouvant atteindre jusqu'à 2 m/s. Ce ROV est équipé de caméras couleur full HD 1080p avec une sensibilité de 0.001 lux, montées sur une tourelle Pan & Tilt, offrant une vision panoramique claire même en conditions de faible luminosité. Sa charge utile de 15 kg permet l'intégration de divers capteurs et instruments tels que des sonars d'imagerie, des caméras acoustiques, des manipulateurs et des outils de nettoyage.



Figure 1.3 – ROV Tortuga de Subsea Tech

D'autres modèles d'inspection, comme le BlueROV2 (Fig. 1.4) de BlueRobotics, sont davantage orientés vers un usage éducatif ou scientifique [14]. Dans sa version standard, il pèse environ 10 kg, est alimenté par une batterie amovible et est équipé de 6 propulseurs T200 [15]. Son électronique embarquée ainsi que sa batterie sont logées dans des tubes hermétiques en acrylique lui permettant d'opérer jusqu'à 100 m de profondeur. La configuration du ROV peut être modifiée en fonction des besoins opérationnels, par exemple en remplaçant les tubes en acrylique par des tubes en aluminium, ce qui permet d'atteindre des profondeurs allant jusqu'à 300 m. Il est également possible d'installer 8 propulseurs au lieu de 6 (version Heavy), offrant ainsi un contrôle total sur ses 6 degrés de liberté et améliorant la stabilité de son pilotage. Le contrôle du ROV est assuré par une carte Navigator, associé à une Raspberry Pi 4 fonctionnant sous le système d'exploitation BlueOS. Cette solution offre une gestion efficace du robot, de ses sous-systèmes embarqués ainsi que des communications externes avec un poste de contrôle. La conception modulaire du BlueROV2 facilite son expansion et sa personnalisation. Un châssis ouvert permet l'ajout d'accessoires tels que des pinces, des sonars ou d'autres capteurs spécifiques. Un module de charge utile est également disponible (jusqu'à 1.5kg). La facilité de déploiement de ce ROV en fait un modèle particulièrement prisé dans les environnements éducatifs et de recherche.



Figure 1.4 – ROV BlueROV2 de BlueRobotics

Enfin, des modèles comme le BW Space Pro (Fig. 1.5) développé par Youcan Robot offrent une option plus accessible pour le grand public [16]. Il pèse moins de 5 kg, peut descendre jusqu'à 100 m de profondeur et est équipé de deux propulseurs horizontaux et de deux verticaux permettant d'atteindre une vitesse de pointe de 1.5 m/s. Il possède une caméra frontale 4K UHD avec un système d'ajustement automatique de la luminosité garantissant une visibilité optimale. Le ROV est connecté à un répéteur Wi-Fi en surface via un câble de 100 mètres, permettant un contrôle en temps réel via leur application mobile Youcan Dive (iOS et Android). Son autonomie énergétique varie entre 3 et 5 heures selon l'utilisation, parfait pour un usage récréatif.



Figure 1.5 – ROV BW Space Pro de Youcan Robot

1.1.2 USV

Les USV sont des véhicules marins conçus pour effectuer des missions à la surface de l'eau de manière indépendante, sans intervention humaine directe. On trouve également le terme ASV¹ qui fait références aux USV pilotés de manière automatisée. Contrairement aux véhicules sous-marins qui opèrent en immersion, les véhicules marins de surface sont moins contraints dans leur conception. Les USV bénéficient d'une couverture réseau leur permettant de communiquer en temps réel avec un ordinateur de surveillance. Les contraintes de protection des équipements électroniques sont également moins exigeantes. Comme ils évoluent à la surface de la mer, le nombre de degrés de liberté est fortement réduit (2 translations et une rotation minimum), réduisant théoriquement le nombre d'actionneurs nécessaire au mouvement du robot, donc la complexité et le poids du système. Enfin, de manière générale, les robots de surface sont moins contraints par la nécessité de minimiser leur structure, ce qui leur permet de disposer d'une plus grande capacité d'emport.

L'architecture typique d'un USV ressemble à celle d'un navire, avec une coque optimisée pour la navigation en surface. On y retrouve également les composants classiques d'un système robotique, tels que les systèmes de propulsion, de contrôle et de navigation, les modules de communication, ainsi que les capteurs embarqués. En ce qui concerne leur alimentation, ces véhicules peuvent être équipés de moteurs thermiques ou électriques, ainsi que de systèmes de récupération d'énergies renouvelables, comme des cellules solaires ou photovoltaïques.

Les USV sont utilisés dans divers domaines, tels que la surveillance maritime, la cartographie hydrographique, la recherche scientifique et les applications militaires. Ils offrent des solutions autonomes pour une large gamme de missions, permettant d'étendre le rayon d'action tout en réduisant les risques pour le personnel humain et en diminuant le nombre d'opérateurs requis. Plus récemment, la recherche scientifique mondiale s'intéresse au couplage d'USV avec

1. Autonomous Surface Vehicle

des ROV, permettant à ces derniers d'étendre leur portée opérationnelle lors des missions et de bénéficier d'une couverture de communication améliorée grâce aux réseaux sans fil. Enfin, dans des contextes de guerre, comme en Ukraine depuis 2022, les USV peuvent être équipés d'armements téléguidés, voire d'explosifs, afin de servir de véhicules kamikazes.

Exemples d'USV

Le Sea Hunter (Fig. 1.6) de l'US Navy a été développé par la DARPA² dans le cadre de leur programme ACTUV³ [17]. Cet USV en architecture de trimaran fait 40 m de long et a été conçu pour détecter et suivre de manière autonome des sous-marins ennemis sur de longues distances. Il est propulsé par deux moteurs diesel, peut atteindre une vitesse maximale de 27 nœuds (environ 50 km/h) et dispose d'une autonomie transocéanique, capable de parcourir jusqu'à 10 000 milles nautiques (environ 19 000 km) à une vitesse de 12 nœuds. Sa conception sans équipage permet des missions prolongées en mer sans nécessiter de soutien humain direct. Bien que conçu principalement pour la lutte sous-marine, cet USV offre également un potentiel pour d'autres missions navales telles que la surveillance et la reconnaissance maritime.



Figure 1.6 – USV Sea Hunter de la DARPA

Le Sea Baby (Fig. 1.7) a été développé par le Service de sécurité d'Ukraine pour répondre à des besoins de défense militaire pendant l'invasion russe de l'Ukraine [18]. Conçu initialement pour des attaques kamikazes, il peut transporter une charge explosive pouvant atteindre 850 kg. Au fil du temps, le Sea Baby a évolué pour devenir une plateforme polyvalente, capable d'accueillir divers équipements pour des missions spécialisées, tels que des lanceurs de missiles guidés et des systèmes de guidage laser. Le Sea Baby a été impliqué dans plusieurs opérations notables, notamment l'attaque du pont de Crimée en juillet 2023 et des frappes contre des navires russes en mer Noire. Son développement et son utilisation illustrent l'innovation technologique de l'Ukraine dans le domaine des drones maritimes militaires.

2. Defense Advanced Research Projects Agency

3. Anti-Submarine Warfare Continuous Trail Unmanned Vessel



Figure 1.7 – USV Sea Baby de l'armée Ukrainienne

Le BlueBoat (Fig. 1.8) de Bluerobotics est conçu pour offrir une plateforme abordable et flexible pour diverses applications maritimes [19]. Ce catamaran léger et robuste (environ 15 kg sans charge utile) est idéal pour les relevés hydrographiques, le développement de systèmes robotiques et les missions scientifiques. Il est propulsé par deux moteurs M200 [20], positionnés sur une coque stratégiquement conçue pour minimiser les risques d'enchevêtrement avec les débris et les algues, lui conférant une propulsion fiable et efficace même dans des environnements encombrés. Comme pour le BlueROV2, sa conception modulaire permet une intégration aisée de différents capteurs et équipements, facilitant ainsi son adaptation à des missions spécifiques. Son autonomie peut atteindre 60 heures d'opérations, et peut augmenter en ajoutant des cellules photovoltaïques. Il peut transporter jusqu'à 15 kg de charges utiles. Son coût abordable (autour de 5000\$) et sa facilité d'utilisation en font un outil précieux pour les professionnels et les chercheurs dans le domaine maritime.



Figure 1.8 – USV BlueBoat de BlueRobotics

Le HyDrone (Fig. 1.9) de Seafloor Systems a été conçu pour des applications de relevés hydrographiques [21]. Ce drone en forme de catamaran pèse 10 kg sans charge utile et mesure 1.16 m de long pour 0.73 m de large. Sa conception légère et compact le rend adapté aux environnements difficiles d'accès tels que les lacs contaminés, les rivières, les ports et les stations d'épuration. Sa construction en matériaux marins de haute qualité permet un assemblage et un transport aisés. Il est propulsé par deux moteurs brushless alimentés par des batteries LiPo de 16 Ah, offrant une autonomie de 8 heures à une vitesse de 3 nœuds (1.5 m/s), avec une vitesse de pointe de 6 nœuds (3 m/s). Sa configuration initiale inclut une unité de pilotage sans fil avec une portée opérationnelle de 1 km. Il peut être personnalisé pour intégrer divers capteurs, tels que des sonars multifaisceaux, des sonars à balayage latéral, des échosondeurs et des profileurs de courant, selon les besoins spécifiques des missions. Cette structure d'USV sera utilisée au sein du système robotique ROV/USV mis en oeuvre durant les travaux de cette thèse.



Figure 1.9 – USV Hydrone de Seafloor

1.1.3 Les systèmes couplés ROV/USV

Le couplage d'un ROV avec un USV suscite un intérêt croissant dans la communauté scientifique. Cette section présente quelques exemples de systèmes développés dans la recherche scientifique et dans l'industrie. Shimono *et al.* [22] se sont intéressés à l'utilisation de ce type de système lors de missions d'inspection de barrage, en développant une solution réelle (voir Fig. 1.10) exploitant des méthodes de positionnement relative, validées expérimentalement. Dans un autre contexte, le projet HEKTOR, présenté dans Kapetanović *et al.* [23], propose une architecture intégrant un ROV, un drone aérien et un USV, ce dernier assurant le déploiement

des deux autres robots à l'aide d'un enrouleur intelligent et d'une plateforme de docking, afin de répondre aux besoins de la mariculture. Enfin, Zhao *et al.* [24] explore l'apport d'un système ROV/USV dans le cadre de missions d'inspection de structures offshore, soulignant la pertinence de ce couplage pour des applications industrielles exigeantes.

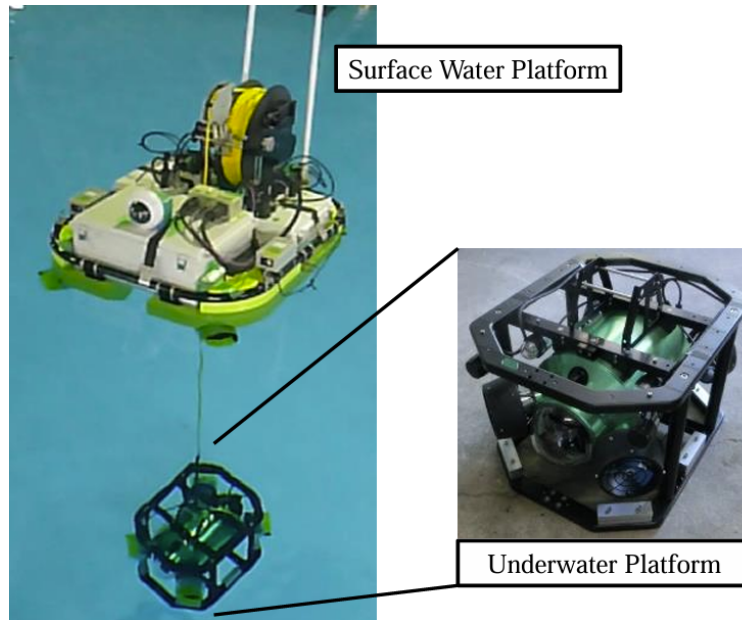


Figure 1.10 – Système ROV/USV dans un cadre de recherche : Shimono *et al.* [22]



Figure 1.11 – Système ROV/USV dans un cadre industriel : L3 Technologies [25]

Dans le domaine industriel, plusieurs entreprises ont réalisé l'intégration d'un ROV avec un USV afin de répondre à des besoins opérationnels variés, allant de missions d'inspection localisées à des campagnes offshore de grande envergure. En 2019, l'entreprise L3 Technologies a présenté le déploiement d'un ROV depuis son USV *C-Worker 7* [25]. Cette configuration (voir Fig. 1.11) a été conçue pour intervenir dans des environnements offshore à risques,

notamment pour des tâches telles que l'inspection de structures sous-marines, de coques de navires, de pipelines ou de câbles sous-marins dans le cadre des industries pétrolières, gazières et des énergies renouvelables. L'entreprise française MarineTech [26] a développé une gamme d'USV baptisés RSV⁴, offrant jusqu'à 48 heures d'autonomie, une capacité d'emport de 200 kg et une portée opérationnelle de 35 km pour la version la plus aboutie. Ces plateformes peuvent être équipées d'une large variété de capteurs océanographiques (courantomètres, capteurs de salinité et température, sondeurs multifaisceaux, etc.) et intègrent une solution de déploiement de ROV, ce qui les rend particulièrement adaptées à des missions offshore. Leur intérêt opérationnel a d'ailleurs été reconnu par la Marine Nationale, qui en a intégré certains exemplaires à sa flotte.

1.1.4 Gestion de l'ombilical

L'utilisation d'un ROV ne nécessite pas systématiquement une gestion active de la longueur de son câble. À titre d'exemple, le BlueROV ou le BW Space Pro précédemment introduits fonctionnent sans dispositif dédié : une longueur de câble suffisante est simplement déployée en amont de la mission, ce qui reste acceptable pour un usage grand public où la fiabilité n'est pas critique et où l'opérateur demeure concentré sur le robot. En revanche, dès lors que l'on opère à plusieurs centaines de mètres de profondeur ou dans des environnements confinés, la gestion de l'ombilical devient incontournable afin de limiter les risques liés au déploiement du câble et d'accroître la fiabilité globale de la mission. Celle-ci peut être effectuée manuellement ou de manière automatisée. Un exemple de solution manuelle est le treuil du ROV Tortuga [27], actionné directement par l'opérateur en surface. Les solutions automatiques — communément appelées TMS⁵ — reposent sur des conceptions spécifiques : elles peuvent se limiter à de simples enrouleurs instrumentés positionnés en surface (treuil "long range" du ROV Tortuga [27]), ou s'intégrer sous l'eau au sein d'un système plus large de déploiement du ROV, aussi appelé LARS⁶, souvent conçu sous la forme d'une cage immergeable [28]. Ces dernières présentent cependant généralement un gabarit important, peu compatible avec les contraintes d'intégration sur un USV de petite taille. Pour répondre à cette limite, certaines entreprises ont récemment proposé des TMS miniaturisés [29], spécifiquement conçus pour équiper de petits USVs et ouvrir la voie à des missions d'inspection ou de surveillance sans navire support.

D'un point de vue recherche, plusieurs travaux se sont intéressés à la modélisation et au contrôle de l'ombilical afin d'en améliorer la gestion. Gu et al. [30] ont proposé un schéma de coordination entre un ROV, une bouée et un treuil en surface, basé sur de l'apprentissage par renforcement profond. Des travaux antérieurs, tels que ceux de Moh et al. [31], qui ont développé un capteur acoustique tracté par un enrouleur alimenté par l'énergie des vagues, ou

4. Remote Survey Vehicle

5. Tether Management System

6. Launch And Recovery System

ceux de Bye et al. [32], qui ont introduit un cadre de prototypage d'enrouleur basé sur l'IA, ont également montré l'intérêt d'une bonne gestion de câble. Enfin, Zhao et al. [33, 34] ont mené des simulations analytiques et hydrodynamiques détaillées portant sur les performances d'un enrouleur intégré sur un système ROV/USV. Toutefois, la majorité de ces études demeurent purement numériques et n'intègrent ni mise en œuvre expérimentale, ni contrôle automatisé de la longueur de câble fondé sur un retour capteur intégré à la solution. Cho *et al.* [35] ont réalisé l'intégration d'un enrouleur au sein d'un système AUV/USV. Néanmoins, la stratégie de commande adoptée se limite à dérouler une longueur de câble équivalente à la profondeur du ROV, ce qui conduit le câble à alterner entre des configurations tendues et détendues, augmentant ainsi les risques de traînée et d'emmêlement du câble. Kapetanović *et al.* [23] ont introduit un TMS intégré à un système ROV/USV, dont le contrôle de la longueur de câble repose sur une localisation USBL⁷. Bien que l'ajustement de la longueur soit réalisé en temps réel grâce au retour capteur, la précision et la cadence de cette mesure peuvent limiter la réactivité du système, augmentant ainsi le risque de configurations défavorables dans des environnements complexes. Pour pallier cette contrainte, les auteurs proposent de conserver une marge supplémentaire de câble déployé, ce qui améliore la robustesse de la mission.

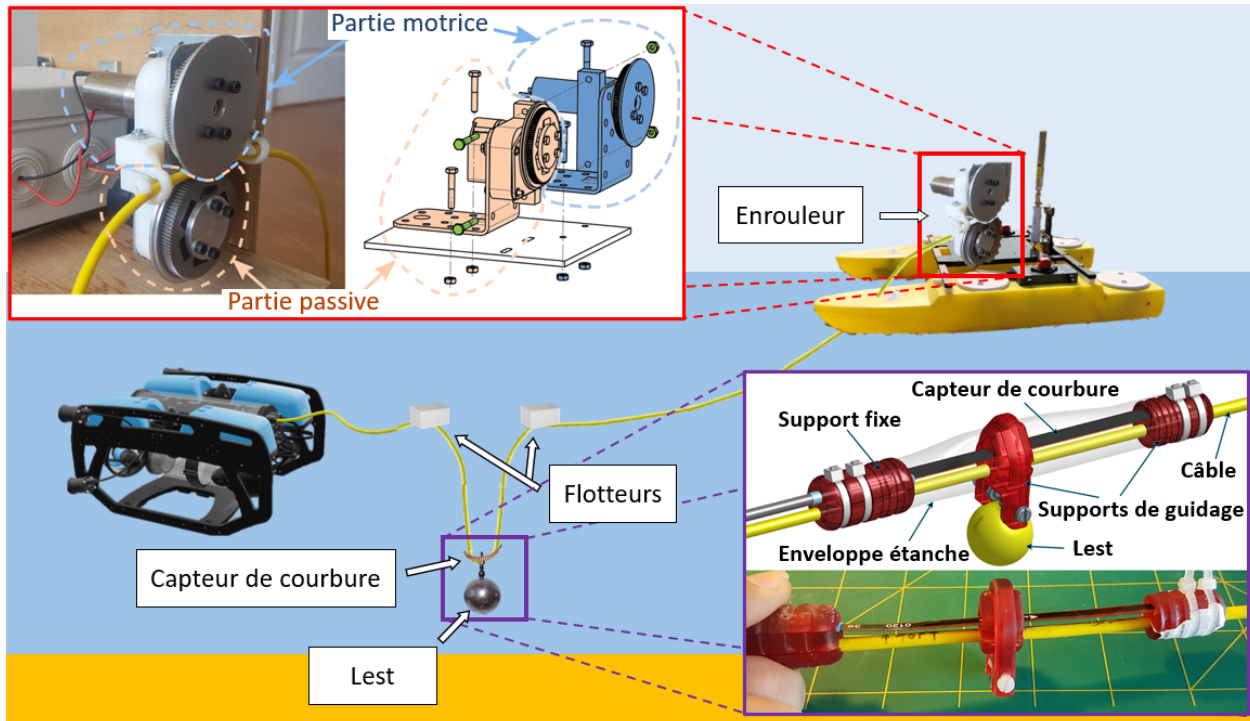


Figure 1.12 – Intégration théorique du système en V et de l'enrouleur intelligent au sein d'un système ROV/USV

7. Ultra-Short BaseLine

Enfin, les travaux menés par Ornella au sein du laboratoire COSMER proposent une **solution technique** de gestion dynamique de la longueur du câble d'un ROV, constituée de deux sous-systèmes (voir Fig. 1.12) : le **système en V** et l'**enrouleur intelligent**.

Le **système en V** est fixé le long de l'ombilical du ROV, à environ 10 cm derrière ce dernier, et se compose de deux flotteurs espacés de 120 cm, ainsi que d'un lest placé exactement à mi-distance. Les flotteurs sont deux parallélépipèdes de mousse de 39 cm^3 chacun, avec une densité de $288\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Le lest est en plomb et sa masse est de 75 g. L'ensemble a été dimensionné de manière à ce que les forces hydrostatiques exercées sur le système s'équilibrent, assurant ainsi une flottabilité neutre. En l'absence de perturbation, cette configuration tend naturellement à adopter une forme en "V", ce qui lui vaut son appellation de *système en V* (voir Fig. 1.13). Ce système compliant agit comme un amortisseur passif, permettant ainsi de réduire les sollicitations dynamiques de part et d'autre du câble lorsque celui-ci est soumis à une quelconque perturbation. Un capteur de courbure résistif est positionné au niveau du lest, dont la mesure permet d'estimer la distance entre les deux flotteurs, ou *Interbuoy Distance*. En croisant ce signal avec les données disponibles, notamment la dynamique du ROV, il est possible de détecter si le câble était en train de se tendre excessivement ou, au contraire, de devenir trop lâche. Dans ce cas, un ajustement de la longueur de câble délivrée peut être effectué.

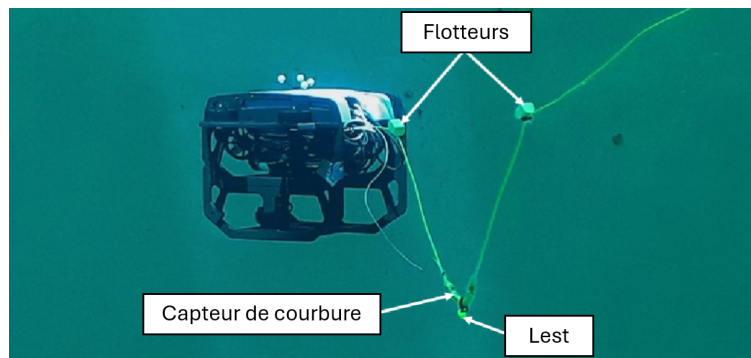


Figure 1.13 – Système en V développé au laboratoire COSMER entre 2017 et 2021 [10].

Ce rôle est accompli par l'**enrouleur intelligent** (voir Fig. 1.12 en haut à gauche), qui exploite ce signal pour délivrer du câble par friction de ce dernier entre deux roues dentées de 52 mm de diamètre. La première roue est directement entraînée par un moteur à courant continu⁸ couplé à un réducteur⁹, tandis que la seconde est libre et entraîne un codeur incrémental par simple friction avec le câble. Ce codeur, d'une résolution de 500 impulsions par tour, permet une mesure de déplacement linéaire avec une précision de 0.33 mm, garantissant ainsi un retour d'information précis sur la vitesse et la quantité de câble déployée. Deux guides en forme spiralaire sont positionnés en amont et en aval du module de tension, assurant ainsi le bon alignement de l'ombilical avec les roues dentées. L'enrouleur fonctionne sous

8. https://www.maxongroup.com/medias/sys_master/root/8841231335454/FR-090.pdf

9. https://www.maxongroup.com/medias/sys_master/root/8841509928990/FR-339.pdf

ROS¹⁰ et utilise un microcontrôleur Arduino Leonardo et un driver moteur EM-174A de chez Electromen afin de contrôler la vitesse de rotation du moteur. Cette solution s'est révélée très efficace pour la gestion de la longueur d'ombilical. Cependant, vu que son fonctionnement repose sur la friction avec le câble, l'usure est à surveiller afin que les fonctions afférentes à l'ombilical restent effectives.

L'utilisation combinée de ces deux sous-systèmes remplit plusieurs fonctions :

- réduire passivement les forces exercées sur le ROV en cas d'augmentation de la tension dans le câble ;
- détecter une éventuelle intention de mouvement de part et d'autre des flotteurs ;
- permettre d'ajuster dynamiquement la longueur du câble afin de maintenir une configuration de câble dite "semi-tendue" - ni trop mou, ni trop lâche - permettant ainsi de limiter les forces de traînée et le risque d'emmêlement du câble avec l'environnement.

10. Robot Operating System

1.2 Stratégies de suivi multi-robots

Les stratégies de suivi multi-robots ont suscité un grand intérêt dans le domaine des systèmes robotiques maritimes autonomes, en raison de leur potentiel à améliorer l'efficacité et la fiabilité des missions marines et sous-marines. De manière générale, ces stratégies consistent à coordonner un ensemble de véhicules autonomes afin de remplir une mission précise, tout en respectant des contraintes de formation liées à leur mode de fonctionnement (communication, localisation) ou à l'optimisation des ressources communes (énergie, puissance de calcul). Cette section propose une revue des principales structures de coordination utilisées dans les systèmes multi-robots marins. Les méthodes de génération des trajectoires des robots à suivre seront également évoquées, avant de porter une attention particulière aux techniques de suivi de trajectoire, élément clé de la mise en œuvre opérationnelle de ces stratégies collaboratives.

1.2.1 Les structures de coordination multi-robots

La littérature propose généralement trois grandes catégories d'architectures pour la coordination et le suivi multi-robots dans les environnements marins [36] : la structure centralisée, la structure distribuée, et la structure hybride (voir Fig. 1.14). La **structure centralisée** repose sur un élément central - souvent appelé *leader* - qui peut être un robot ou une station de surface, et dont le rôle est d'agréger les informations issues de l'ensemble des robots, de planifier les trajectoires des agents subordonnés - appelés *followers* - et de leur transmettre les consignes en conséquence. Bien que cette approche permette une prise de décision tenant compte de l'état global du système robotique, sa mise en œuvre devient complexe lorsque le nombre de robots augmente significativement ou lorsqu'ils sont fortement espacés. Cela nécessite un système de communication à la fois fiable et de longue portée, ainsi qu'une capacité de traitement de l'information suffisamment puissante pour gérer l'ensemble du réseau. Par ailleurs, une défaillance de la communication avec le leader compromet directement l'ensemble du dispositif et met en péril la mission. Contrairement à l'approche centralisée, la **structure distribuée** repose sur une prise de décision locale au niveau de chaque robot. Les unités agissent individuellement pour accomplir la tâche collective. Cette stratégie offre une meilleure robustesse face aux défaillances individuelles mais elle peut souffrir d'un manque de coordination globale si les algorithmes ne sont pas soigneusement conçus. La **structure hybride** combine les avantages des deux approches précédentes en segmentant la flotte en plusieurs sous-ensembles, chacun dirigé par un robot leader. Chaque sous-flotte fonctionne alors selon une organisation centralisée locale, tandis que les leaders peuvent coopérer entre eux, formant une architecture décentralisée à l'échelle globale. Ce type d'organisation est particulièrement adapté aux configurations impliquant un grand nombre de robots, tandis que les configurations moins nombreuses privilégieront une des deux autres structures en fonction des objectifs et des contraintes liés à la mission. Dans le cas d'un système ROV/USV, le

ROV est déployé en mer afin d'accomplir une mission difficilement réalisable par un opérateur humain. L'USV accompagne le ROV pour lui fournir plus d'autonomie, que ce soit en termes d'énergie ou de distance parcourue. Dans cette configuration, le ROV joue naturellement le rôle de leader, suivant une trajectoire prédéfinie, tandis que l'USV adapte sa position en conséquence tout au long de la mission, indiquant ici qu'une architecture centralisée est particulièrement bien adaptée à ce type de système.

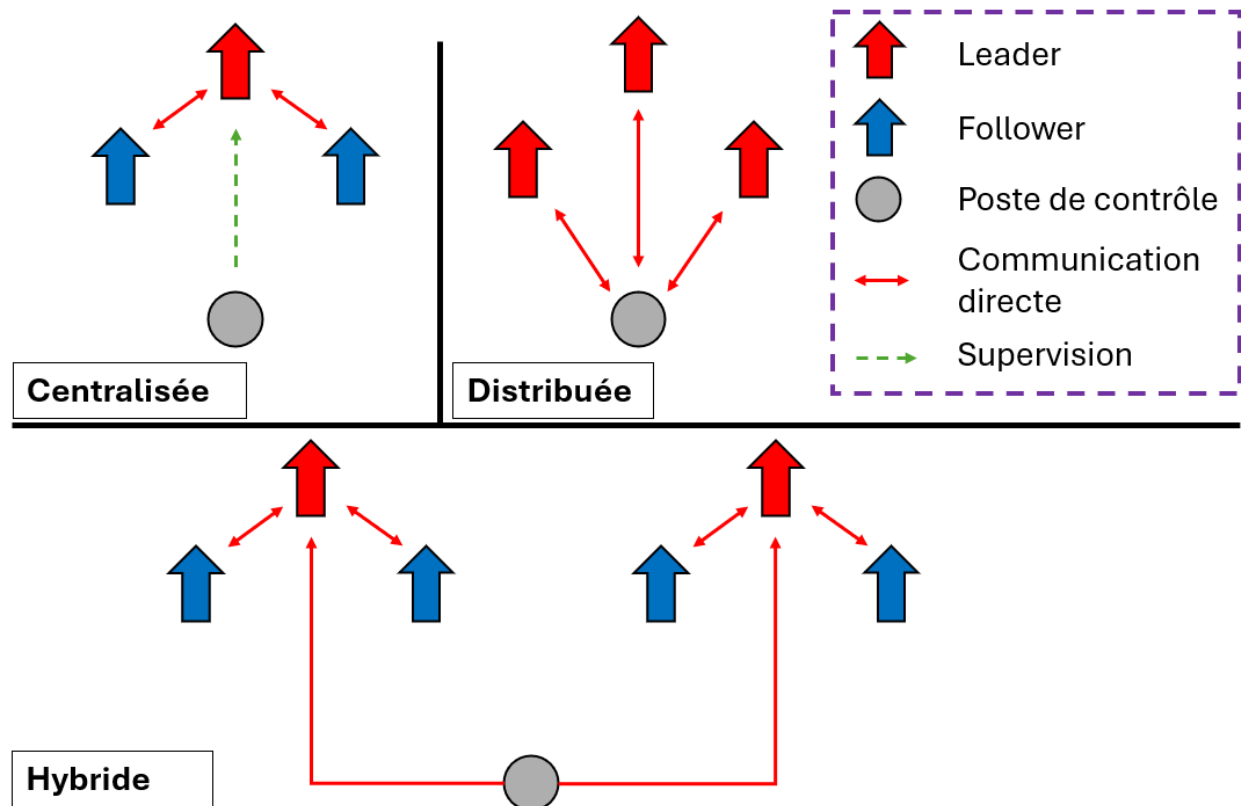


Figure 1.14 – Structures générales de commande des systèmes multi-robots.

1.2.2 Les trajectoires du robot leader

La trajectoire du leader va dépendre du type de mission à accomplir. Pour les missions de grandes envergures, ce qui est le cas des missions de couverture de zone, de surveillance environnementale ou de collecte de données océanographiques, les trajectoires sont généralement planifiées de manière optimisée afin d'assurer une couverture exhaustive et efficace. Ces trajectoires prennent souvent la forme de motifs réguliers, tels que des boucles, des spirales ou des grilles. La plus utilisée est probablement le boustrophédon - ou "trajectoire de tondeuse à gazon" - qui consiste en une succession de longs segments rectilignes parallèles reliés par des virages réguliers, permettant de maximiser la zone explorée tout en minimisant le temps d'opération et la consommation énergétique. Par ailleurs, ce type de trajectoire peut être réévalué au cours de la mission pour répondre aux contraintes environnementales.

ou aux obstacles détectés, garantissant ainsi une meilleure efficacité dans l'exécution de la mission [37]. Pour les missions effectuées en zone confinée, la planification de la trajectoire repose généralement sur des algorithmes de recherche de chemin, tels que A* ou RRT (Rapidly-exploring Random Tree) [38], permettant de générer des trajectoires réalisables tout en s'adaptant dynamiquement à l'environnement grâce à des techniques d'évitement d'obstacles, afin de garantir la sécurité de la navigation. Pour les missions d'exploration libre, la trajectoire du leader n'est pas strictement définie à l'avance, mais évolue en fonction des données perçues en temps réel par les capteurs embarqués. Ce type de navigation, souvent qualifié de réactif ou adaptatif, repose sur des stratégies d'exploration autonomes comme l'exploration guidée par l'information [39, 40]. Dans une perspective de coopération multi-robots, l'ensemble de ces trajectoires peuvent être considérées lors de l'élaboration de la stratégie de suivi du follower. La mise en place de telles trajectoires de leader au sein d'un système ROV/USV nécessite cependant de connaître la position du ROV au cours du temps, ce qui requiert le déploiement d'une instrumentation souvent lourde et coûteuse à mettre en œuvre.

1.2.3 Les stratégies de suivi du follower

La plupart des méthodes de suivi étudiées reposent sur la connaissance de la position du leader ainsi que du suiveur. Par exemple, dans le cas d'un système composé de deux USVs, les deux robots, équipées de systèmes GPS assurant une localisation fiable, peuvent soit suivre une trajectoire prédéfinie en tant que leader, soit se voir attribuer des trajectoires relatives à celle de ce dernier. La trajectoire du suiveur peut ensuite être optimisée à l'aide de techniques de contrôle avancées, telles que le contrôle par mode glissant intégral (*Sliding Mode Control*) combiné à des observateurs de perturbations [41], ou encore à travers des algorithmes de guidage de type *line-of-sight* (LOS) [42]. Dans le cas particulier des systèmes hybrides ROV/USV, la majorité des méthodes existantes s'appuie sur des systèmes de positionnement acoustique, tels que l'USBL [35, 43], qui sont cependant peu adaptés aux environnements de faible profondeur en raison de la dégradation du signal acoustique. Bien que des stratégies similaires aient été explorées en simulation [24, 44], un nombre très limité d'entre elles a été validé expérimentalement en conditions réelles [45]. Par ailleurs, d'autres approches fondées sur des méthodes de logique floue [46] ou des techniques d'intelligence artificielle [47] ont été étudiées pour la navigation autonome des ROV et des USV de manière indépendante, montrant toutefois des améliorations notables en matière de suivi de trajectoire. Néanmoins, l'intégration de ces méthodes de contrôle intelligentes dans des systèmes coopératifs ROV/USV opérant en temps réel et en milieu peu profond demeure un défi de recherche ouvert, ouvrant la voie au développement de techniques de suivi ne reposant pas sur la localisation explicite des engins.

1.3 Stratégies de localisation sous-marine

La localisation sous-marine reste un défi majeur dans la recherche en robotique maritime. Au cours des dernières décennies, les technologies développées pour résoudre ce problème peuvent être classées en trois grandes catégories [48] : les méthodes basées sur la vision, les méthodes acoustiques, et les approches de fusion multisensorielle.

Les méthodes basées sur la vision exploitent les avancées en vision par ordinateur et en traitement d'image pour estimer la position relative ou absolue des robots sous-marins. Elles sont particulièrement pertinentes dans des environnements confinés, structurés ou visuellement riches, tels que les zones portuaires, les infrastructures sous-marines ou les fonds marins à forte texture [49]. Dans ces contextes, la reconnaissance de caractéristiques visuelles - par exemple des motifs, arêtes, ou objets cibles - permet un suivi précis et robuste. Toutefois, leur efficacité reste fortement conditionnée par la qualité des conditions d'éclairage et la clarté de l'eau, qui peuvent être affectées par la turbidité, les particules en suspension ou encore la profondeur. Des approches récentes intègrent des systèmes d'éclairage actif ou des techniques de rehaussement d'image pour pallier ces limitations [50], mais leur déploiement en conditions réelles demeure complexe.

Les méthodes de localisation basées sur l'acoustique peuvent être mises en œuvre à l'aide d'un récepteur embarqué sur le robot à localiser et d'un ou plusieurs émetteurs fixes ou mobiles. Cette configuration donne lieu à des technologies bien établies telles que les systèmes USBL (Ultra-Short Baseline) ou LBL (Long Baseline) [51], qui exploitent les temps de propagation acoustique pour estimer la position du véhicule. La technologie LBL repose sur le déploiement d'un réseau de transpondeurs acoustiques fixés sur le fond marin dans une zone opérationnelle donnée. Ce type de système peut atteindre une précision typique de l'ordre du mètre [52], voire du décimètre dans des conditions optimales, ce qui en fait une solution de référence pour les opérations nécessitant une grande exactitude comme l'inspection d'infrastructures sous-marines. En contrepartie, le déploiement initial et la calibration du réseau de transpondeurs demandent un effort logistique important, ce qui le réserve plutôt aux environnements bien délimités. À l'inverse, la technologie USBL utilise un seul transducteur compact, généralement monté sur un navire de surface et immergé juste sous la surface afin de réduire les perturbations liées aux vagues. Les systèmes USBL offrent une plus grande flexibilité de déploiement et permettent une localisation à longue portée, typiquement jusqu'à 3 à 5 km, avec une précision de l'ordre de 0.1 à 1 % de la distance au véhicule en fonction de cette dernière [53]. Cette approche convient donc bien aux missions d'exploration ou de suivi de véhicules mobiles, mais au prix d'une précision inférieure à celle du LBL. Toutefois, ces systèmes demeurent encombrants et souvent plus coûteux que le ROV lui-même. De plus, leurs performances peuvent être dégradées par les perturbations acoustiques liées aux réflexions multiples sur les structures environnantes ou les variations de température et de salinité. Ces phénomènes réduisent la fiabilité des mesures, en particulier dans les environnements peu

profonds ou confinés, où la qualité du signal acoustique est plus difficile à maintenir.

Étant donné que l'utilisation classique des méthodes basées sur la vision ou sur l'acoustique se révèle peu adaptée aux missions ROV/USV en eaux peu profondes, les approches de fusion multisensorielle combinent ces méthodes afin de tirer parti des avantages de chacune, exploitant l'ensemble des capteurs à disposition. Par exemple, un prototype de système de localisation combinant un système USBL et une centrale inertielle a été développé, et les résultats ont démontré une amélioration significative de la précision par rapport à l'utilisation d'un système USBL seul [54]. De même, une méthode de navigation destinée aux véhicules AUV associe un système de navigation inertielle, un Doppler Velocity Log (DVL) et un capteur de pression, permettant ainsi une meilleure estimation de la position dans des environnements complexes [55]. Dans le contexte spécifique des systèmes ROV/USV reliés par un ombilical, ce dernier constitue une source d'information supplémentaire pouvant être exploitée pour la localisation relative des robots qu'il connecte, notamment par l'analyse de sa dynamique [56, 57]. Cependant, malgré l'intérêt de cette approche, peu de travaux ont abouti à des prototypes fonctionnels capables de détecter et d'interpréter de manière fiable le comportement du câble, limitant ainsi l'exploitation effective de son potentiel pour l'estimation de la position du ROV.

Que ce soit pour répondre à la problématique de suivi automatique de l'USV ou à la localisation sous-marine du ROV, nous estimons que l'ombilical, jusqu'à lors considéré comme une contrainte pour la navigation, pourrait être exploité comme organe clé des missions des ROV. A ce titre, outre le fait de s'écarter des risques relatifs à sa traînée dans l'eau ou sur le fond marin, son emmêlement ou sa surtension qui grève la manœuvrabilité du ROV et menace la mission, nous comptons exploiter l'ombilical pour donner plus de flexibilité dans la mobilité ROV/ USB, accroître l'espace de travail du ROV de façon automatique et contribuer à la localisation sous-marine du ROV pour envisager un suivi de trajectoire définie. Pour ce faire, nous apporterons dans cette thèse des nouvelles solutions cohérentes de :

- modélisation de câble sous-marin,
- d'instrumentation locales de ce câble
- de conception mécatronique d'enrouleur intelligent de surface,
- d'algorithmes de contrôle coordonné appliquées au système ROV/USV présenté en amont.

1.4 Problématique détaillée

Bien que les solutions de gestion de câble pour ROV aient été étudiées dans la recherche et que certains dispositifs aient vu le jour dans l'industrie, leur intégration au sein d'un système ROV/USV demeure rare et très spécifique de la configuration à équiper. Dans ce contexte, la solution développée par Ornella au sein du laboratoire COSMER pour la gestion active de l'ombilical d'un ROV constitue une base pertinente pour envisager une telle intégration. Cette solution, composée du **système en V** s'intégrant sur le câble et d'un **enrouleur intelligent** en surface, a démontré son efficacité sur un ROV seul, mais présente encore plusieurs limites en termes de fonctionnement et d'adaptation à un système ROV/USV.

Premièrement, ses travaux ont mis en évidence un dysfonctionnement du système lorsque le ROV effectue une rotation pour **revenir en direction de l'enrouleur**. Dans cette configuration, le système en V reste aligné avec le ROV et s'ouvre lorsqu'il avance, ce qui est interprété par l'enrouleur comme la nécessité de libérer davantage de câble, entraînant un relâchement excessif. De plus, ce comportement n'a pas encore été évalué dans le cas où l'enrouleur est embarqué sur un USV mobile, ce qui introduit une incertitude supplémentaire quant à sa capacité à fonctionner correctement dans cette configuration.

Deuxièmement, aucune **solution de stockage du câble** à bord d'un USV n'a été proposée, soulevant des défis techniques liés à la gestion d'une réserve de câble de manière compacte et ordonnée.

Enfin, **l'étanchéité de la solution**, en vue de son intégration dans un système réel, constitue un enjeu majeur pour garantir sa fiabilité en environnement marin. D'une part, le capteur de courbure du système en V repose sur une déformation mécanique pour réaliser la mesure, ce qui peut fragiliser à terme l'intégrité du système de scellement existant. D'autre part, le contact direct entre le câble mouillé et les composants mécaniques de l'enrouleur introduit une contrainte supplémentaire importante en termes de conception.

La **problématique retenue** dans le cadre de cette thèse concerne la conception d'une solution de gestion de câble spécifiquement adaptée à un système couplé ROV/USV. Le travail proposé s'appuie sur la solution de gestion active d'ombilical développée par Ornella, et son objectif est de lever les limites de fonctionnement identifiées précédemment, afin de permettre son intégration et sa validation sur un système réel. L'approche adoptée dans ce mémoire s'articule autour de plusieurs étapes. Dans un premier temps, différents modèles représentant l'ensemble du système robotique étudié — à savoir les robots, l'ombilical et l'enrouleur embarqué sur l'USV — sont établis. Ces modèles sont ensuite intégrés dans un simulateur dynamique dédié aux missions ROV/USV, spécifiquement développé dans le cadre de ce travail. Ce simulateur constitue un outil central : il permet à la fois d'évaluer les performances du système en V et de l'enrouleur lors d'une mission couplée, et d'explorer l'apport potentiel de nouveaux capteurs intégrés à la configuration en vue de son amélioration. Une fois la solution de gestion de câble validée en simulation, un prototype est réalisé et évalué

expérimentalement, à la fois sur table et en bassin. Enfin, le mémoire aborde le développement de stratégies de navigation synchronisée et de méthodes de localisation relative, visant à conférer au système ROV/USV un haut degré d'autonomie comportementale, en cohérence avec les exigences des missions de robotique sous-marine.

Le manuscrit de thèse est organisé comme suit :

Chapitre 2 : Simulateur de mission ROV/USV

Afin de mener une étude complète du système, il est essentiel de proposer une modélisation cohérente de chacun des sous-systèmes constituant le système ROV/USV. Ce chapitre expose les différentes modélisations retenues ainsi que les hypothèses formulées au cours de ces travaux. L'architecture du simulateur développé dans le cadre de cette recherche sera détaillée, afin de mettre en évidence les différentes possibilités qu'il offre en termes de configuration des simulations et d'analyse des résultats en post-traitement. Enfin, la capacité de ce simulateur à représenter de manière réaliste un système ROV/USV sera évaluée au travers d'une session expérimentale reposant sur des données de vérité terrain servant de référence.

Chapitre 3 : Solution de gestion automatisée de câble pour système ROV/USV

Ce chapitre est consacré à la nouvelle conception de la solution de gestion automatique de l'ombilical s'intégrant sur le système ROV/USV. Une étude préliminaire en simulation est d'abord menée afin d'évaluer la pertinence de remplacer le capteur de courbure du système en V par une solution alternative reposant sur l'intégration de plusieurs centrales inertielles, ou IMUs ¹¹. Cette solution, plus riche en termes de données, sera ensuite intégrée physiquement sur l'ombilical et validée par l'expérience. La conception et le prototypage de l'enrouleur intelligent sera ensuite détaillée. Enfin, une interface homme-machine (IHM) est développée afin de permettre le contrôle et la supervision efficaces de l'ensemble des sous-systèmes présents.

Chapitre 4 : Stratégies de suivi multi-robots et localisation relative

Ce chapitre a pour objectif de valider l'intégration et le fonctionnement de cette solution de gestion automatique de l'ombilical au sein du système coopératif ROV/USV. Fortement axé sur l'expérimentation, il commence par présenter le système robotique et les dispositifs expérimentaux mis en place. Dans un premier temps, l'efficacité de la nouvelle instrumentation est évaluée à travers sa capacité à gérer l'ombilical de manière fiable et autonome. Dans un second temps, plusieurs stratégies de pilotage coordonné sont mises en œuvre et analysées, contribuant à répondre aux problématiques de suivi multi-robots. Enfin, la solution de gestion de câble est exploitée dans un scénario de localisation relative en environnement sous-marin, permettant d'évaluer son potentiel au-delà de la seule gestion mécanique du câble.

11. Inertial Measurement Units

Chapitre 5 : Conclusion générale

L'ensemble de ces développements démontre la faisabilité et l'intérêt de doter un système ROV/USV d'une solution de gestion automatisée de son ombilical. Plusieurs perspectives d'amélioration ainsi que les limites de l'étude sont également présentées.

Chapitre 2

Simulateur de mission ROV/USV

Table des matières

2.1	Méthodes de modélisation de câble	36
2.2	Modélisation de l'ombilical	40
2.2.1	Hypothèses de modélisation et expression des bases	40
2.2.2	Expression des équations de la dynamique	42
2.2.3	Préparation à la résolution numérique	45
2.2.4	Résolution numérique	50
2.2.5	Configuration initiale du câble	52
2.3	Modélisation du système ROV/USV	56
2.3.1	Modélisation des robots	56
2.3.2	Modélisation du système en V	57
2.3.3	Modélisation de l'enrouleur	59
2.4	Architecture du simulateur	62
2.5	Validation expérimentale du simulateur	65
2.6	Conclusion du chapitre	67

2.1 Méthodes de modélisation de câble

Il existe plusieurs approches afin de modéliser un câble, en fonction de ses **caractéristiques mécaniques**, des **sollicitations** auxquelles il va être soumis, du **type d'étude** que l'on souhaite faire ainsi que de l'**environnement** dans lequel il évolue. Rappelons que tout corps soumis à un champ de gravité $\mathbf{g}$ subit une force appelée force de gravité, que l'on notera $\mathbf{F}_G$ et qui est exprimée dans l'Eq. 2.1. Rappelons également que tout corps placé dans un fluide et soumis à ce champ de gravité subit une force appelée poussée d'Archimède, notée $\mathbf{P}_A$ et exprimée dans l'Eq. 2.2.

$$\mathbf{F}_G = \rho_c V_c \mathbf{g} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{P}_A = -\rho_f V_I \mathbf{g} \quad (2.2)$$

avec :

- ρ_c : la masse volumique du corps en $kg.m^{-3}$
- ρ_f : la masse volumique du fluide en $kg.m^{-3}$
- V_c : le volume du corps en m^3
- V_I : le volume du corps immergé dans le fluide en m^3
- $\mathbf{g}$: le vecteur d'accélération du champ de pesanteur en $m.s^{-2}$

Si l'on s'intéresse à un câble totalement immergé, i.e. $V_I = V_c$, la résultante de ces deux forces, que l'on appellera **poids apparent**, sera conditionnée par la comparaison des masses volumiques du corps et celle du fluide dans lequel il est immergé. Si elles sont identiques, le poids apparent devient nul, on parlera alors de **câble neutre** ou de câble de **flottabilité neutre**. Dans le cas contraire, le câble sera **pesant** ou **flottant**.

Modèles de câble dans l'air

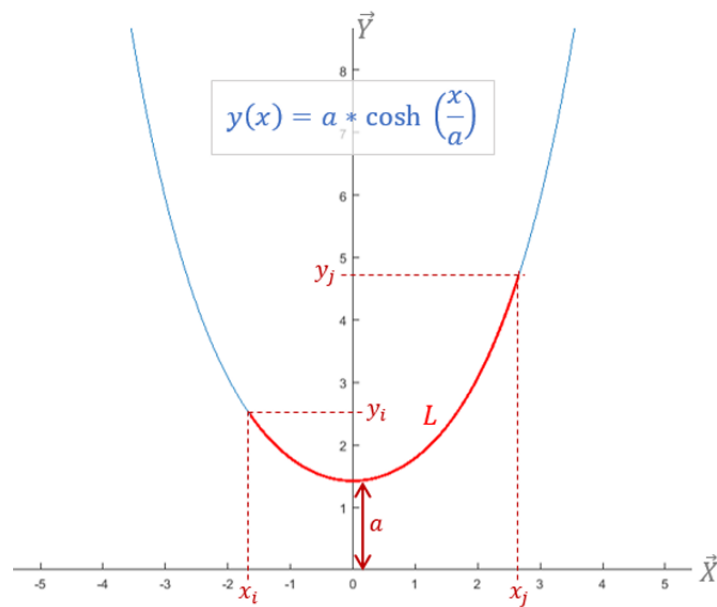
L'air possède une masse volumique très faible, autour de $1 kg.m^{-3}$, ce qui rend pesant la plupart des corps étudiés. Dans un cas général, les câbles ont tendance à s'affaisser sous leur propre poids, ce que l'on remarque sur les longues portions en général (Fig. 2.1a). Il devient alors pertinent d'utiliser un modèle mathématique simplifié appelé **chaînette**, qui décrit analytiquement la forme à l'équilibre statique que prend un câble pendu à ses extrémités et subissant son propre poids (Fig. 2.2). Ce modèle trouve notamment plusieurs applications dans la localisation relative entre robots [58, 59]. D'autres modèles exploitent également d'autres approches, comme représentation de la forme du câble par une parabole [60].

Dans le secteur du génie civil, les câbles sont souvent utilisés comme organes de transmission d'efforts pour soutenir des structures souvent massives (Fig. 2.1b). L'action du poids apparent



(a) Câble subissant son propre poids : lignes HT

(b) Câble tendu : Pont Eric Tabarly à Nantes (France)

Figure 2.1 – Exemple de câble subissant son propre poids vs câble tendu**Figure 2.2 – Modèle de chaînette [10]**

du câble étant négligeable devant les efforts internes qui lui sont imposés, on peut alors le considérer comme un corps rigide auquel il est possible d'appliquer différents modèles, tel que la **déformation linéaire élastique**.

Modèles de câble dans l'eau

La masse volumique de l'eau varie autour de 1000 kg.m^{-3} , en fonction de divers paramètres comme la pression, la température et la salinité de celle-ci. Pour les câbles restant pesants ou flottants dans cet environnement, la forme de chaînette reste valable [61] et peut être utilisée telle quelle pour représenter le comportement statique d'un câble [62] ou exploitée dans le but d'estimer son comportement dynamique [56]. Dans le cadre de cette thèse, l'ombilical utilisé possède une masse volumique très proche de celle de l'eau salée, le rendant ainsi proche de la **flottaison neutre** dans ce milieu. Le modèle de chaînette n'étant plus valide dans ces conditions, l'utilisation de modèles plus complexes sera donc nécessaire.

L'article [63], qui s'est intéressé au sujet, regroupe les méthodes d'analyse de la dynamique d'un câble selon quatre catégories : *analytiques*, *lumped-mass*, *différences finies* et *éléments finis*, ces trois dernières étant des méthodes de résolution numériques.

Les méthodes *analytiques* ne sont exploitées que sous de fortes hypothèses, comme le cas de la chaînette et de ses variantes.

La méthode *lumped-mass* divise le câble en plusieurs nœuds, chacun représentant une fraction de sa masse totale. Ces nœuds sont reliés entre eux par des segments sans masse propre, qui peuvent être considérés comme des éléments rigides, élastiques (système *masse-ressort*) ou visco-élastique (système *masse-ressort-amortisseur*) [64]. En utilisant cette approche, la formulation des équations du mouvement de chacune des masses ponctuelles est explicite, permettant d'exprimer les forces internes et hydrodynamiques directement en fonction des positions et vitesses des nœuds. Cette méthode est particulièrement adaptée aux systèmes mécaniques flexibles complexes et présente l'avantage d'un faible coût de calcul.

La méthode des *différences finies* (FDM¹) est une méthode numérique utilisée pour résoudre des équations différentielles partielles en remplaçant les dérivées continues par des différences discrètes. Cette méthode est largement utilisée dans les domaines de la physique, de l'ingénierie, et de la simulation numérique pour étudier des phénomènes dynamiques comme la diffusion, la chaleur, et les écoulements de fluides [65]. Dans le contexte de notre étude, un câble est discrétisé en plusieurs points sur sa longueur, créant ainsi un maillage spatial. Les équations de mouvement exprimés en chaque point, contenant des dérivées partielles [66], peuvent être approximées grâce aux valeurs discrètes des points voisins. La méthode des différences finies se distingue par sa simplicité et son efficacité de mise en oeuvre tant que l'on arrive à formuler autant d'équations discrètes que le nombre d'inconnues à déterminer. Ce principe permet d'intégrer facilement des phénomènes complexes, comme la raideur en flexion ou en torsion, tant que les équations physiques restent compatibles entre elles. Plusieurs travaux

1. Finite Difference Method

sur la modélisation de câble en environnement sous-marin utilisent cette méthode [67, 24] en fonction des phénomènes à prendre en compte. Toutefois, cette méthode impose une discrétisation fine pour garantir une précision suffisante, ce qui peut entraîner des coûts de calcul significatifs, surtout pour des problèmes de grande envergure.

La méthode des *éléments finis* (FEM²) est une des méthodes numériques les plus connues pour la résolution d'équations différentielles, en particulier pour les problèmes impliquant des structures complexes et des milieux continus. Contrairement à la méthode des différences finies, qui repose sur une discrétisation régulière de l'espace en un maillage de points fixes, la FEM divise le domaine en éléments finis de formes variées (triangles, quadrilatères, tétraèdres, etc.), permettant ainsi une plus grande flexibilité dans la modélisation de géométries complexes. La FEM repose sur l'approximation des champs de grandeurs physiques (déplacements, contraintes, températures, etc.) à l'intérieur de chaque élément en utilisant des fonctions d'interpolation appelées fonctions de forme. En appliquant le principe des variations ou des formulations faibles des équations différentielles sous-jacentes (comme le principe des travaux virtuels ou la méthode de Galerkin [68]), on obtient un système d'équations algébriques résoluble numériquement. Cependant, la formulation de ces équations peut s'avérer plus complexe que les méthodes précédemment évoquées, et peut entraîner des temps de calculs plus longs, mais une meilleure précision. Cette méthode est largement utilisée pour modéliser le comportement des câbles dans divers environnements [69, 70, 71], notamment sous-marins, en tenant compte de la flexion, de la torsion et des forces hydrodynamiques.

2. Finite Element Method

2.2 Modélisation de l'ombilical

Dans le cadre de ces travaux, nous cherchons à déterminer le comportement dynamique du câble reliant un ROV et un USV au cours d'une simulation de mission sous-marine. Pour cela, notre approche consiste à modéliser la dynamique du câble afin de prédire ses mouvements en fonction de ses configurations antérieures, des forces s'exerçant sur lui à chaque instant, ainsi que des interactions entre ses extrémités et les robots en mouvement.

À notre connaissance, il n'y a pas de simulateur capable de traiter nos cas d'étude (système multi-robot, avec ombilical de longueur variable et équipé du système en V), ce qui nous a conduit à développer un simulateur ad hoc. Nous avons retenu une modélisation du câble fondée sur la méthode des différences finies (FDM)³, appliquée aux équations décrivant son comportement dynamique. Ce choix offre un compromis intéressant entre une complexité de calcul modérée et une précision jugée suffisante pour les besoins de la simulation.

2.2.1 Hypothèses de modélisation et expression des bases

La modélisation de notre câble est soumise à quelques hypothèses :

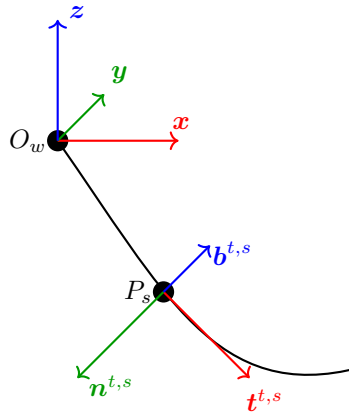
- Le câble est supposé **homogène** et **isotrope** (propriétés mécaniques identiques dans toutes les directions et en tout point).
- Le câble est supposé **incompressible**, conservant son volume même sous déformation.
- Les tensions dans le câble restent dans son **domaine élastique** (modèle d'élasticité linéaire : loi de Hooke).

Les paramètres utilisés pour décrire les propriétés mécaniques et géométriques du câble sont résumés sur le Tableau 2.1. Définissons $B_w = (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ comme une base orthonormale avec l'axe vertical $\mathbf{z}$ orienté vers le haut, et $R_w = (O_w, B_w)$ comme un référentiel fixe ayant pour origine O_w . Notre formalisme s'inspire de celui proposé dans [67]. Notons t comme la variable temporelle, tandis que s et S représentent respectivement les abscisses curvilignes non étirée et étirée du câble. Chaque point P_s sur le câble est associé à une base orthonormale locale $B^{t,s} = (\mathbf{t}^{t,s}, \mathbf{n}^{t,s}, \mathbf{b}^{t,s})$ et à un repère local $R^{t,s} = (P_s, B^{t,s})$. Cette base est définie de telle sorte que $\mathbf{t}^{t,s}$ représente le vecteur tangent unitaire au câble en P_s , $\mathbf{n}^{t,s}$ est orthogonal à $\mathbf{t}^{t,s}$ et est orienté suivant $-\mathbf{z}$ avant transformation, et $\mathbf{b}^{t,s} = \mathbf{t}^{t,s} \times \mathbf{n}^{t,s}$ est le vecteur binormal qui complète cette base (Fig. 2.3).

3. Méthode des Différences Finies

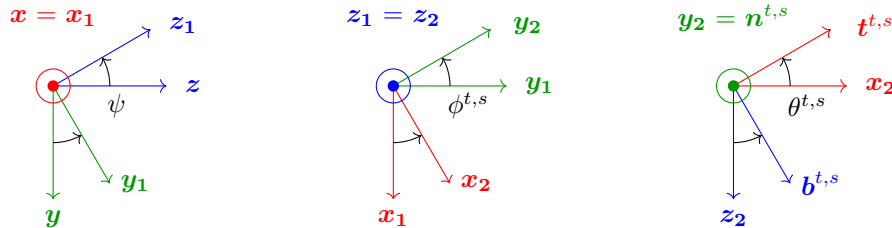
Paramètre	Symbole	Unité Système International
Longueur initiale	L_0	m
Masse volumique	ρ_{cable}	$kg.m^{-3}$
Diamètre initial	d_0	m
Section initiale	A_0	m^2
Moment d'inertie autour de $\mathbf{t}^{t,s}$	I	m^4
Moment quadratique autour de $\mathbf{t}^{t,s}$	J	m^4
Module d'Young	E	$kg.m^{-1}.s^{-2}$
Module de cisaillement	G	$kg.m^{-1}.s^{-2}$

Tableau 2.1 – Paramètres de modélisation d'un câble

Figure 2.3 – Représentation du repère local $R^{t,s}$ depuis le repère global R_w

Deux approches permettent de modéliser l'orientation de ce repère local :

- les **angles d'Euler**, construisant un repère local issu de 3 rotations unitaires successives depuis le repère fixe, paramétrées par les angles $\psi^{t,s}$, $\theta^{t,s}$ et $\phi^{t,s}$, comme illustré dans la Fig. 2.4. Dans cette configuration, nous fixons $\psi^{t,s} = -\frac{\pi}{2}$ pour positionner $\mathbf{n}^{t,s}$ dans la direction de $-\mathbf{z}$ lorsque $\theta^{t,s}$ et $\phi^{t,s}$ sont tous deux égaux à zéro, négligeant ainsi la torsion propre (géométrique) du câble.
- les **quaternions**, orientant le repère local depuis le repère fixe via une rotation d'un angle $\alpha^{t,s}$ autour d'un vecteur $\mathbf{u}^{t,s} = (u_x^{t,s}, u_y^{t,s}, u_z^{t,s})$, illustré dans la Fig. 2.5. La relation entre un quaternion $q^{t,s}$ et ces paramètres est donnée par l'Eq. 2.3, où C et S représentent les fonctions trigonométriques $\cos$ et $\sin$.

Figure 2.4 – Définition du repère local $R^{t,s}$ avec les angles d'Euler

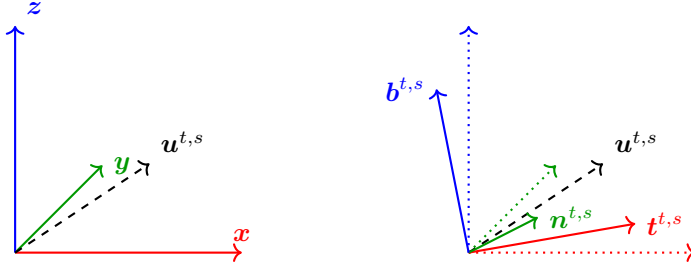


Figure 2.5 – Définition du repère local $R^{t,s}$ avec les quaternions

$$q^{t,s} = (q_0^{t,s}, q_1^{t,s}, q_2^{t,s}, q_3^{t,s}) = \left(C \frac{\alpha^{t,s}}{2}, u_x^{t,s} S \frac{\alpha^{t,s}}{2}, u_y^{t,s} S \frac{\alpha^{t,s}}{2}, u_z^{t,s} S \frac{\alpha^{t,s}}{2} \right) \quad (2.3)$$

Le formalisme des **angles d'Euler**, présentant une approche naturelle sur l'orientation du repère local, a été utilisé dans une **première version** du simulateur. Cependant, ce formalisme présente une **singularité géométrique** appelée **blocage de cardan** (ou *gimbal lock* en anglais), qui intervient sous certaines conditions, dans notre cas lors de l'alignement de $t^{t,s}$ avec y , limitant ainsi la possibilité d'évoluer pleinement dans les 3 dimensions de l'espace.

Par la suite, le simulateur a été retravaillé pour y intégrer l'utilisation des **quaternions**, plus complexes à mettre en œuvre mais permettant de lever cette contrainte. Le modèle développé dans cette thèse se basera donc sur l'utilisation du formalisme des **quaternions**.

2.2.2 Expression des équations de la dynamique

En se basant sur des travaux issus de la littérature qui utilisent la FDM pour modéliser le comportement du câble [67, 33], un vecteur d'état dynamique du câble $\mathbf{Y}^{t,s}$ peut être défini à chaque instant t et en tout P_s (Eq. 2.4). Dans ce formalisme, les efforts internes sont exercés de la partie en aval (i.e $s \rightarrow L$) sur la partie en amont (i.e $s \rightarrow 0$).

$$\mathbf{Y}^{t,s} = [T_t^{t,s}, T_n^{t,s}, T_b^{t,s}, V_t^{t,s}, V_n^{t,s}, V_b^{t,s}, q_0^{t,s}, q_1^{t,s}, q_2^{t,s}, q_3^{t,s}]^T \quad (2.4)$$

avec :

- $T_t^{t,s}, T_n^{t,s}, T_b^{t,s}$: variables d'effort interne exprimées dans $B^{t,s}$
- $V_t^{t,s}, V_n^{t,s}, V_b^{t,s}$: variables de vitesses exprimées dans $B^{t,s}$
- $q_0^{t,s}, q_1^{t,s}, q_2^{t,s}, q_3^{t,s}$: quaternions orientant la base $B^{t,s}$ depuis la base fixe B_w

Pour résoudre le comportement dynamique du câble, il est nécessaire d'établir au moins autant d'équations indépendantes que nous avons d'inconnues dans notre problème. Plusieurs types d'équations seront alors formulées et le détail des expressions analytiques utilisées dans la version finale du simulateur sera présenté en Annexe 6.3. L'Annexe 6.2 présentera le détail du formalisme des angles d'Euler.

PFD : Principe Fondamental de la Dynamique

Le principe fondamental de la dynamique sous sa version linéique et appliqué à un instant t et en tout point s est défini dans l'Eq. 2.5.

$$\frac{\partial}{\partial S} \mathbf{T}^{t,s} + \mathbf{W}^{t,s} + \mathbf{F}^{t,s} + \mathbf{B}_A^{t,s} = \mathbf{0} \quad (2.5)$$

avec :

- S : la variable représentant l'abscisse curviligne étirée
- $\mathbf{T}^{t,s}$: le vecteur des efforts internes à l'instant t et au point s
- $\mathbf{W}^{t,s}$: le vecteur du poids apparent linéique à l'instant t et au point s
- $\mathbf{F}^{t,s}$: le vecteur de forces de frottement linéique à l'instant t et au point s
- $\mathbf{B}_A^{t,s}$: le vecteur des forces de d'Alembert linéique à l'instant t et au point s

SCH : Théorème de SCHwarz

Le théorème de Schwarz, aussi appelé **relation de compatibilité** ou **théorème de symétrie des dérivées croisées**, est un théorème d'analyse assurant la continuité d'une fonction vis-à-vis de ses dérivées partielles composées. En appliquant ce théorème au vecteur position $\mathbf{P}_s$ d'un point du câble sur ses dépendances spatiales et temporelles, nous obtenons une relation entre la variation spatiale de ses vitesses et la variation temporelle de son élongation.

$$\frac{\partial}{\partial s} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{P}_s = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial s} \mathbf{P}_s \quad (2.6)$$

TMC : Théorème du Moment Cinétique

Le théorème du moment cinétique, sous sa forme approximée au premier ordre, est défini dans l'Eq. 2.7. Le moment fléchissant et le moment de torsion, valables sous les hypothèses de modélisation introduites dans la section 2.2.1, sont également définis en Eq. 2.8 et 2.9.

$$\mathbf{t}^{t,s} \times \mathbf{T}^{t,s} + \frac{\partial (\mathbf{M}_{f_s} + \mathbf{M}_{T_s})}{\partial s} = \mathbf{0} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{M}_{f_s} = EI \left(\frac{\partial \mathbf{t}^{t,s}}{\partial S} \cdot \mathbf{n}^{t,s} \right) \mathbf{b}^{t,s} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{M}_{T_s} = GJ \left(\frac{\partial \mathbf{n}^{t,s}}{\partial S} \cdot \mathbf{b}^{t,s} \right) \mathbf{t}^{t,s} \quad (2.9)$$

NQ : Équation de Norme unitaire des Quaternions

Par définition, la norme d'un quaternion de rotation est unitaire. Ainsi, l'Eq. 2.10 sera valable pour tout couple t, s .

$$\|\mathbf{q}^{t,s}\|^2 - 1 = (q_0^{t,s})^2 + (q_1^{t,s})^2 + (q_2^{t,s})^2 + (q_3^{t,s})^2 - 1 = 0 \quad (2.10)$$

NT : Équation de No-Twist des Quaternions

Le **twist** (*roulis* en anglais) correspond à la rotation propre autour de l'axe $\mathbf{t}^{t,s}$ du câble. Si on souhaite ne pas tenir compte de la torsion du câble (ce qui reviendrait à une équivalence avec le formalisme des angles d'Euler), il peut être nécessaire d'imposer une relation de contrainte géométrique sur l'orientation de deux éléments successifs. Comme le quaternion $\mathbf{q}^{t,s}$ exprime la rotation du repère local $R^{t,s}$ dans le repère fixe R_w , il est possible de définir un quaternion local $\Pi \mathbf{q}_{s \rightarrow s+1}^{t,s}$ exprimant $R^{t,s+1}$ dans $R^{t,s}$. Celui-ci est obtenu via la multiplication de $\mathbf{q}^{t,s+1}$ avec le quaternion conjugué $\overline{\mathbf{q}^{t,s}}$. Une contrainte de "no-twist" imposerait alors que la projection de ce quaternion local $\Pi \mathbf{q}_{s \rightarrow s+1}^{t,s}$ sur l'axe $\mathbf{t}^{t,s}$ soit nulle, donnant ainsi l'Eq. 2.11.

$$\Pi \mathbf{q}_{s \rightarrow s+1}^{t,s} \cdot \mathbf{t}^{t,s} = 0 \quad (2.11)$$

CL : Conditions aux Limites

Étant donné que les extrémités du câble peuvent être fixées à des robots, des équations de conditions limites sont intégrées dans la résolution de la dynamique du câble. Le choix des conditions aux limites dépend du type de liaison que l'on souhaite modéliser (Fig. 2.6). Cette modélisation propose la formulation de trois types de liaisons en un point P_e aux extrémités du câble : l'**encastrement**, la **rotule** ou la **liaison libre**. L'encastrement, ou liaison imposée, interdit tout degré de liberté au niveau de la liaison, en imposant à la fois les vitesses et l'orientation du câble au point d'attache. La rotule impose uniquement la vitesse du point extrême dans le référentiel fixe, tout en laissant libre l'orientation du repère associé à ce point.

La liaison libre impose la nullité des efforts internes au niveau du point extrême, ce qui revient à modéliser l'absence de liaison. En l'absence d'effort, l'orientation du dernier segment du câble suit naturellement celle du segment adjacent.

Liaison imposée (encastrement)	Liaison chainette (rotule)	Liaison libre
• $V_t^{t,e} = V_t^{t,ROB}$ • $V_n^{t,e} = V_n^{t,ROB}$ • $V_b^{t,e} = V_b^{t,ROB}$ • $q_0^{t,e} = q_0^{t,ROB}$ • $q_1^{t,e} = q_1^{t,ROB}$ • $q_2^{t,e} = q_2^{t,ROB}$ • $q_3^{t,e} = q_3^{t,ROB}$	• $V_x^{t,e} = V_x^{t,ROB}$ • $V_y^{t,e} = V_y^{t,ROB}$ • $V_z^{t,e} = V_z^{t,ROB}$ • $T_n^{t,e} = 0$ • $T_b^{t,e} = 0$ • $\ q^{t,e}\ = 1$ • NT entre $q^{t,e}$ et $q^{t,ROB}$	• $T_t^{t,e} = 0$ • $T_n^{t,e} = 0$ • $T_b^{t,e} = 0$ • $q_0^{t,e} = q_0^{t,e\pm1}$ • $q_1^{t,e} = q_1^{t,e\pm1}$ • $q_2^{t,e} = q_2^{t,e\pm1}$ • $q_3^{t,e} = q_3^{t,e\pm1}$

Figure 2.6 – Équations de conditions limites

2.2.3 Préparation à la résolution numérique

Après avoir établi les fondements théoriques nécessaires à la modélisation du comportement dynamique des câbles sous-marins, il est désormais crucial de passer à une étape indispensable : la résolution. Bien que les équations différentielles précédemment introduites soient rigoureuses, leur résolution analytique est bien trop complexe voire impossible. De ce fait, il devient donc nécessaire de recourir à des techniques de discrétisation et d'approximation afin de les résoudre de manière numérique. Ce processus permettra de découper le câble en segments suffisamment petits pour que nos approximations restent fidèles à la réalité, tout en garantissant une capacité de calcul efficace.

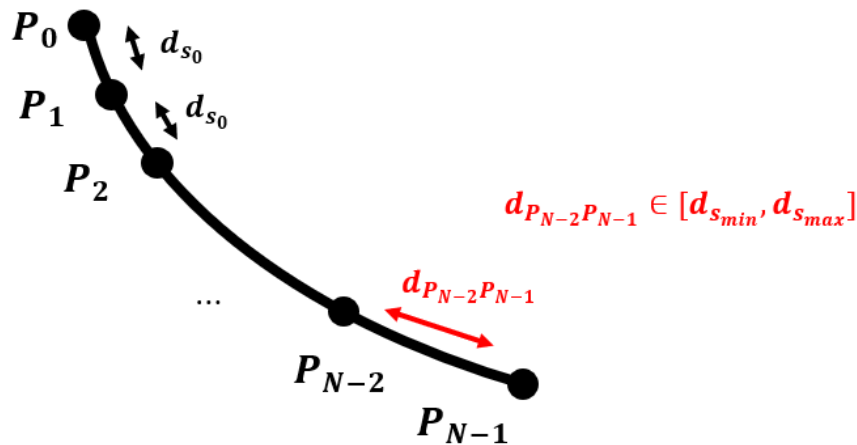


Figure 2.7 – Discrétisation en N points d'un câble

Discrétisation spatiale du câble

Le câble de longueur initiale L_0 est divisé en N points, allant de P_0 à P_{N-1} . Dans un premier temps, pour l'exemple, nous choisissons une discrétisation telle que tous les points soient espacés d'une distance d_{s_0} , à l'exception de $d_{P_{N-2}P_{N-1}}$ qui sera compris entre $[d_{s_{min}}, d_{s_{max}}]$, autorisant ainsi L_0 à ne pas être un multiple de d_{s_0} (Fig. 2.7). Cet intervalle est arbitrairement choisi à $[0.5 \times d_{s_0}, 1.5 \times d_{s_0}]$, permettant de limiter des segments trop courts ou trop longs comparé au pas de discrétisation spatiale souhaité. Cette discrétisation est amenée à évoluer avec l'intégration progressive des fonctionnalités décrites dans les sections suivantes, telles que l'ajout de l'enrouleur, des robots et du système en V. Elle constitue néanmoins une base claire pour comprendre les principes fondamentaux sur lesquels reposera la résolution numérique du modèle de câble.

L'objectif de notre simulateur sera de déterminer les valeurs de toutes les inconnues dynamiques $\mathbf{Y}^{t_n, s_i}$ de notre câble discrétisé pour tous les instants t_n de notre simulation. Pour cela, le vecteur d'état dynamique de notre câble $\mathbf{Y}^{t_n}$ à un instant t_n est défini comme étant l'ensemble des vecteurs d'état dynamique de ses N points (Eq. 2.12), qui peut également être illustré sous forme de grille représentant un maillage spatio-temporel (Fig. 2.8).

Le vecteur $\mathbf{Y}^{t_n}$ étant de taille $10N$ ($8N$ pour les angles d'Euler), le simulateur devra utiliser au moins autant d'équations à chaque instant t_n . Ces différentes équations discrètes sont développées à partir de leurs expressions analytiques introduites dans la Sec 2.2.2.

$$\mathbf{Y}^{t_n} = [\mathbf{Y}^{t_n, s_0 T}, \mathbf{Y}^{t_n, s_1 T}, \dots, \mathbf{Y}^{t_n, s_{N-1} T}]^T \quad (2.12)$$

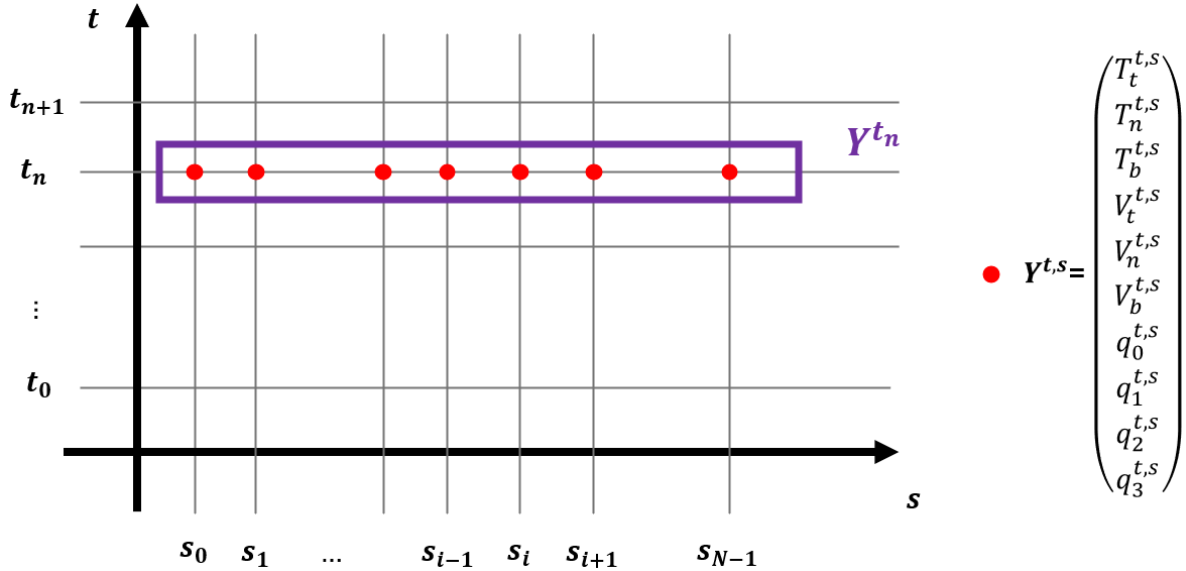


Figure 2.8 – Maillage spatio-temporel des inconnues du câble discrétisé

Discrétisation des équations PFD et SCH

Les expressions matricielles des équations PFD et SCH, développées en annexe et rappelées en Eq. 2.13 et Eq. 2.14, offrent une relation entre le vecteur d'état $\mathbf{Y}^{t_n, s_i}$ et ses dérivées partielles spatiales et temporelles.

$$\mathbf{PFD}(t_n, s_i) = M_{PFD}^{t_n, s_i} \times \frac{\partial \mathbf{Y}^{t_n, s_i}}{\partial s} + N_{PFD}^{t_n, s_i} \times \frac{\partial \mathbf{Y}^{t_n, s_i}}{\partial t} + q_{PFD}^{t_n, s_i} = \mathbf{0} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{SCH}(t_n, s_i) = M_{SCH}^{t_n, s_i} \times \frac{\partial \mathbf{Y}^{t_n, s_i}}{\partial s} + N_{SCH}^{t_n, s_i} \times \frac{\partial \mathbf{Y}^{t_n, s_i}}{\partial t} + q_{SCH}^{t_n, s_i} = \mathbf{0} \quad (2.14)$$

Ces dernières sont approximées par des méthodes d'Euler Implicite et Explicite d'ordre 1, dont une représentation graphique se trouve en Fig. 2.9. Nous choisissons d'utiliser une **Méthode des Différences Finies Centrée**, en un point fictif $(t_{n+1/2}, s_{i+1/2})$, exploitant les inconnues de son voisinage proche $\{s_i, s_{i+1}\} \times \{t_n, t_{n+1}\}$. Cela permet notamment d'améliorer la précision et la stabilité de notre résolution, ainsi que de minimiser les biais directionnels que l'on peut retrouver dans les méthodes asymétriques (*amont* ou *aval*). Nous obtenons ainsi les Eq. 2.15 et 2.16, appliquées sur 2 points et dépendant uniquement d'inconnues de $\{s_i, s_{i+1}\} \times \{t_n, t_{n+1}\}$. Ainsi, l'utilisation des équations PFD et SCH sur l'ensemble de nos N points nous fourniront chacune $3(N - 1)$ équations discrètes.

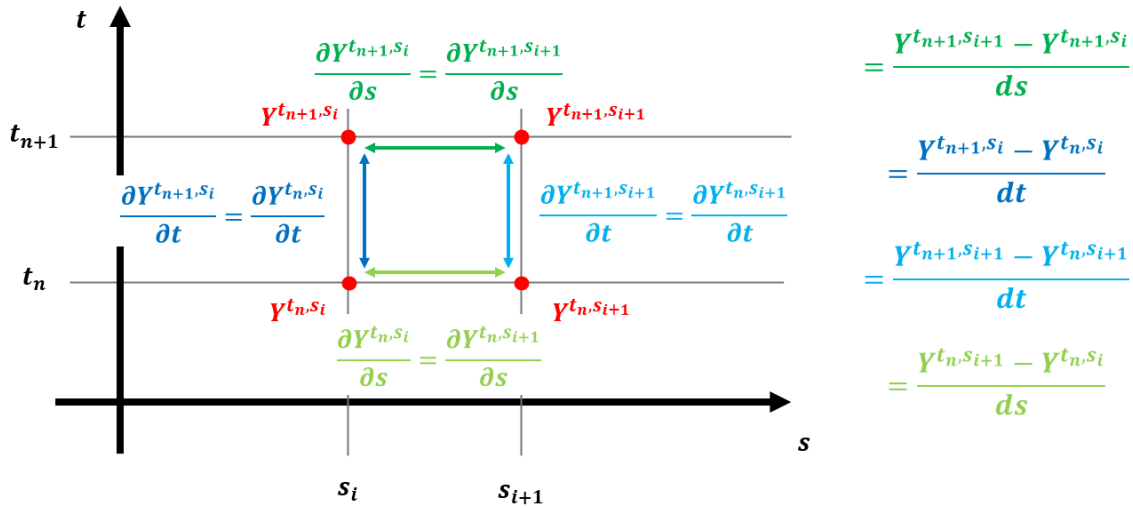


Figure 2.9 – Approximation des dérivées partielles du vecteur d'état sur le maillage $\{s_i, s_{i+1}\} \times \{t_n, t_{n+1}\}$

$$\begin{aligned}
PFD(t_n, t_{n+1}, s_i, s_{i+1}) &= PFD(t_n, s_i) + PFD(t_n, s_{i+1}) + \\
PFD(t_{n+1}, s_i) + PFD(t_{n+1}, s_{i+1}) &= \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{2.15}$$

$$\begin{aligned}
SCH(t_n, t_{n+1}, s_i, s_{i+1}) &= SCH(t_n, s_i) + SCH(t_n, s_{i+1}) + \\
SCH(t_{n+1}, s_i) + SCH(t_{n+1}, s_{i+1}) &= \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Discrétisation de l'équation TMC

Le TMC contient quant à lui une relation non linéaire entre $\mathbf{Y}^{t_n, s_i}$ et ses dérivées partielles **premières** et **secondes** par rapport à s et ne peut donc **pas être mis sous forme matricielle**. Ces dernières seront alors approximées par des méthodes d'Euler Implicite et Explicite d'ordres 1 et 2 centrées autour de s_i (Eq. 2.17 et Eq. 2.18), offrant ainsi $3(N - 2)$ équations discrètes. Pour le formalisme des angles d'Euler, on n'utilisera que la projection de ces équations suivant les vecteurs $\mathbf{n}^{t, s}$ et $\mathbf{b}^{t, s}$, n'ayant pas autorisé de phénomène de torsion dans ce formalisme, donnant ainsi seulement $2(N - 2)$ équations.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{Y}^{t_n, s_i}}{\partial s} &= \frac{\frac{\partial \mathbf{Y}^{t_n, s_{i+1}}}{\partial s} + \frac{\partial \mathbf{Y}^{t_n, s_{i-1}}}{\partial s}}{2} = \frac{\frac{\mathbf{Y}^{t_n, s_{i+1}} - \mathbf{Y}^{t_n, s_i}}{ds} + \frac{\mathbf{Y}^{t_n, s_i} - \mathbf{Y}^{t_n, s_{i-1}}}{ds}}{2} \\
&= \frac{\mathbf{Y}^{t_n, s_{i+1}} - \mathbf{Y}^{t_n, s_{i-1}}}{2ds}
\end{aligned} \tag{2.17}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \mathbf{Y}^{t_n, s_i}}{\partial s^2} &= \frac{\frac{\partial \mathbf{Y}^{t_n, s_{i+1}}}{\partial s} - \frac{\partial \mathbf{Y}^{t_n, s_{i-1}}}{\partial s}}{ds} = \frac{\frac{\mathbf{Y}^{t_n, s_{i+1}} - \mathbf{Y}^{t_n, s_i}}{ds} - \frac{\mathbf{Y}^{t_n, s_i} - \mathbf{Y}^{t_n, s_{i-1}}}{ds}}{ds} \\
&= \frac{\mathbf{Y}^{t_n, s_{i+1}} - 2\mathbf{Y}^{t_n, s_i} + \mathbf{Y}^{t_n, s_{i-1}}}{ds^2}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Discrétisation des équations NQ, NT et CL

L'équation de norme unitaire des quaternions sera directement appliquée au point s_i , donnant ainsi la possibilité d'utiliser N équations discrètes. Comme nos conditions limites peuvent imposer le quaternion de chaque extrémité en fonction de la liaison à modéliser, nous n'en utiliserons systématiquement que $N - 2$.

L'équation de no-twist des quaternions impose une contrainte géométrique sur **deux segments de câbles successifs**, définis par les variables d'orientation des points s_i et s_{i+1} . Pour N points, nous avons $N - 1$ segments, donc cette équation sera applicable $N - 2$ fois. Cette équation est cependant redondante avec la projection de l'équation de TMC suivant le vecteur $\mathbf{t}^{t,s}$, offrant un paramétrage supplémentaire lors de la simulation.

Les équations de conditions limites sont directement appliquées aux extrémités, nous permettant ainsi d'atteindre notre quota d'équations pour la résolution (14 pour le formalisme des quaternions, 10 pour les angles d'Euler).

Récapitulatif des équations discrètes

Le Tableau 2.2 récapitule l'ensemble des équations discrètes que nous avons à notre disposition. L'utilisation du formalisme des quaternions permet de représenter de manière complète l'orientation dans l'espace tridimensionnel, tout en intégrant un modèle de torsion fiable. Cette approche introduit cependant un nombre d'équations supérieur à celui strictement nécessaire à la description de la dynamique du câble. Il est alors possible de choisir entre deux formulations : utiliser l'équation TMC selon la direction $\mathbf{t}^{t,s}$ pour inclure explicitement la torsion, ou bien recourir à l'équation NT, plus légère en terme de complexité de calcul, afin de négliger cette composante si elle n'est pas jugée pertinente dans le cas étudié.

Type d'équation	Nombre d'équations discrètes (quaternions)	Nombre d'équations discrètes (Euler)
PFD	$3N - 3$	$3N - 3$
SCH	$3N - 3$	$3N - 3$
TMC	$3N - 6$	$2N - 4$
NQ	$N - 2$	0
NT	$N - 2$	0
CL	7×2	5×2
Total d'équations disponibles	$11N - 16 + 14$	$8N - 10 + 10$
Nombre d'équations requises	$10N$	$8N$

Tableau 2.2 – Équations discrètes de la dynamique basées sur N points

2.2.4 Résolution numérique

La résolution numérique s'effectuera à l'aide de l'algorithme itératif de Newton-Raphson. L'objectif de cet algorithme est de résoudre un système de n équations noté $f(x)$, où x est un vecteur de n inconnues. L'algorithme part d'une solution initiale x_0 et itère d'un pas $\delta = x_{k+1} - x_k$ dans la direction du gradient $f'(x_k)$ annulant $f(x_{k+1})$ en utilisant le développement de Taylor à l'ordre 1 de $f(x)$ autour de la solution x_k (Eq. 2.19). Un exemple de fonctionnement de cet algorithme pour une dimension ($n = 1$) est illustré sur la Fig. 2.10.

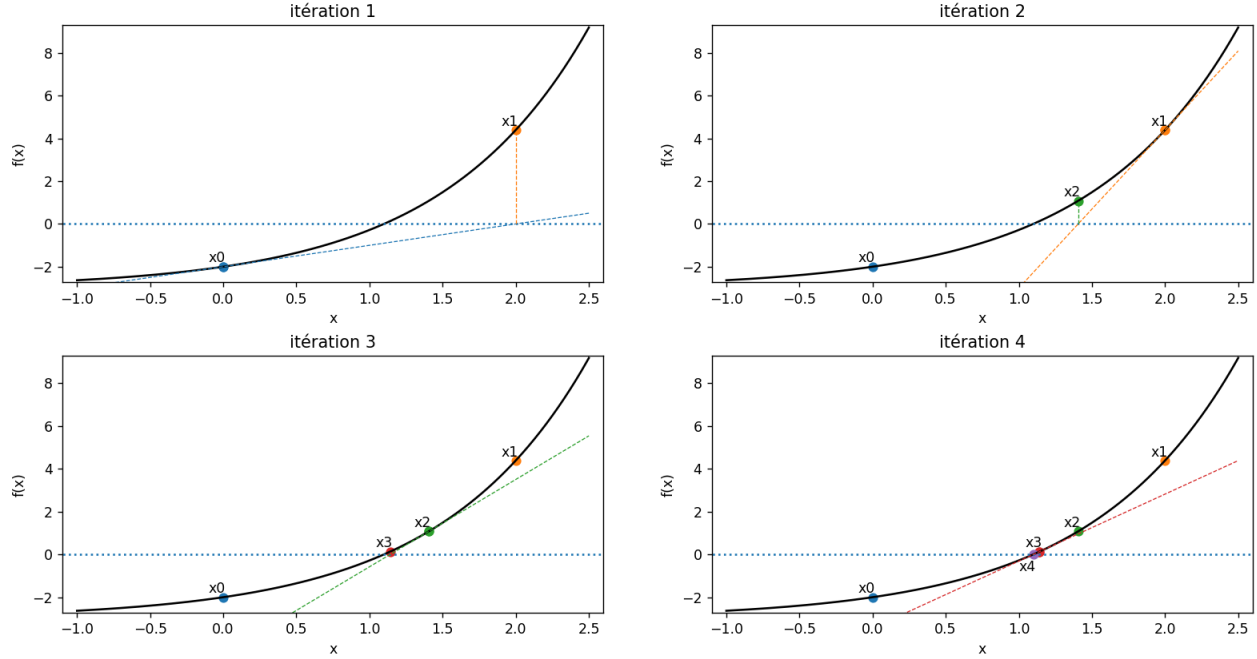
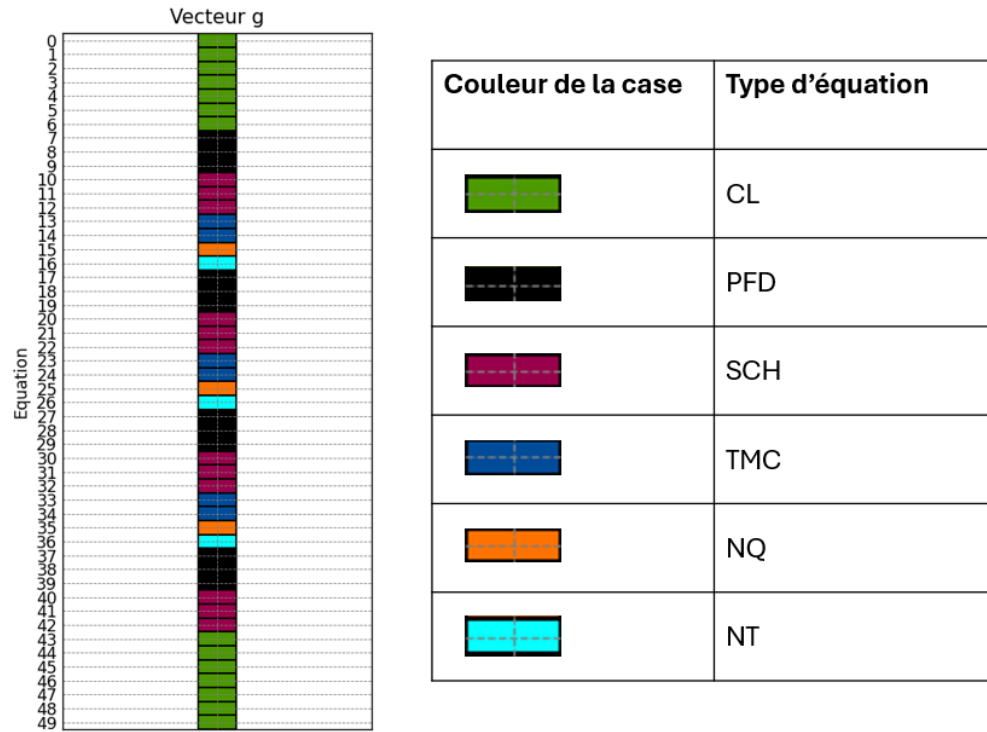
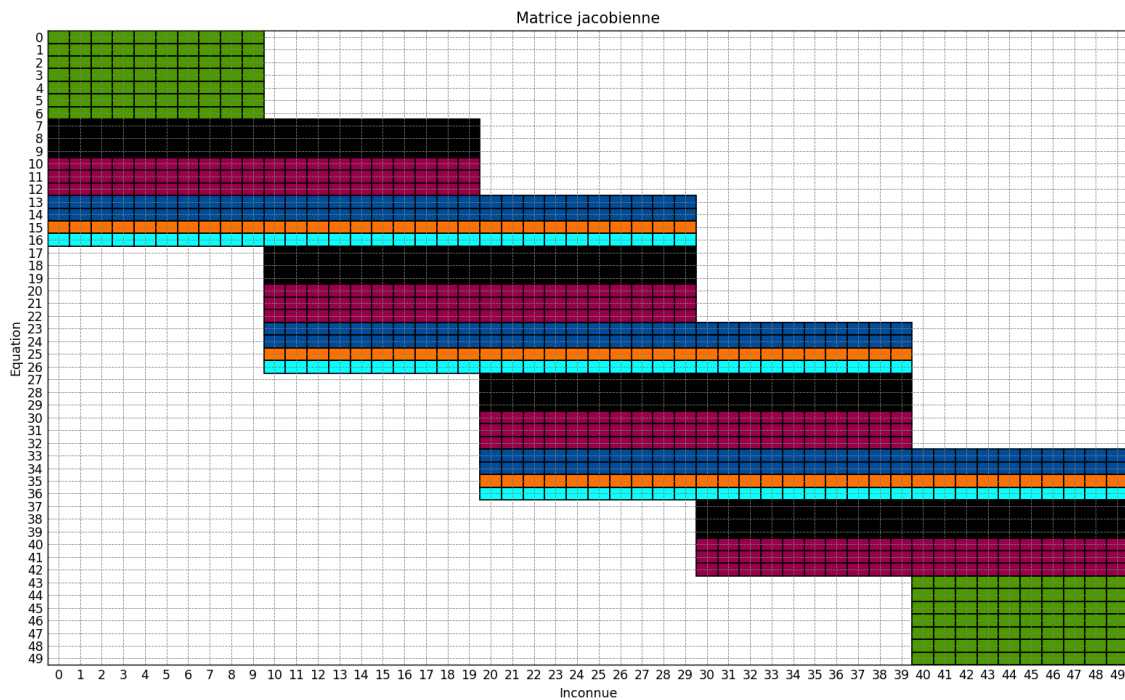


Figure 2.10 – Résolution de l'équation $e^x - 3 = 0$ avec la méthode de Newton-Raphson

$$f(x_k + \delta) = f(x_k) + f'(x_k) \times \delta \quad (2.19)$$

Dans notre cas, l'algorithme numérique part d'un état connu $\mathbf{Y}^{t_n}$ et cherche à déterminer l'état $\mathbf{Y}^{t_{n+1}}$, avec $t_{n+1} = t_n + dt$. On définit $\mathbf{g}(\mathbf{Y}^k, t_n)$ comme le vecteur regroupant les $10N$ équations dynamiques applicables à l'ensemble du câble entre les instants t_n et t_{n+1} . Ce vecteur est construit de manière à être nul lorsque $\mathbf{Y}^k = \mathbf{Y}^{t_{n+1}}$, c'est-à-dire lorsque l'on atteint la solution exacte du problème. La matrice jacobienne $\mathbf{J}(\mathbf{Y}^k, t_n)$ est définie quant à elle comme la matrice des dérivées partielles de ces $10N$ équations par rapport aux $10N$ inconnues du câble. Les figures 2.11 et 2.12 offrent une représentation visuelle de ces deux éléments dans un exemple de simulation où un câble d'un mètre est discrétisé en 5 points (soit 50 inconnues et 50 équations). Les conditions aux limites appliquées sont de type encastrement à chaque extrémité, et l'équation NT est utilisée afin de négliger la torsion dans ce cas. On observe notamment que la matrice jacobienne est **creuse** (composée en grande partie de zéros) et **diagonale par blocs**, ce qui facilite grandement son exploitation lors des calculs numériques, tant en termes de stockage que de résolution matricielle.

Figure 2.11 – Représentation visuelle de $g(Y^k, t_n)$.Figure 2.12 – Représentation visuelle de $J(Y^k, t_n)$.

Le développement de Taylor à l'ordre 1 de $\mathbf{g}(\mathbf{Y}^k, t_n)$ autour de $\mathbf{Y}^k$ est exprimé dans l'Eq. 2.20. On introduit alors $\delta^k = \mathbf{Y}^{k+1} - \mathbf{Y}^k$, représentant la variation du vecteur d'état dynamique du câble entre deux itérations successives. L'algorithme démarre avec une condition initiale $\mathbf{Y}^0 = \mathbf{Y}^{t_n}$, à partir de laquelle il itère jusqu'à convergence. La convergence est atteinte lorsque $\mathbf{g}(\mathbf{Y}^k, t_n)$ devient suffisamment proche de zéro, indiquant que l'état $\mathbf{Y}^k$ est une solution approchée de $\mathbf{Y}^{t_{n+1}}$. Ce processus de résolution itératif nécessite donc de connaître l'état initial du câble $\mathbf{Y}^{t_0}$ en début de simulation, et de procéder par itérations successives jusqu'à atteindre la fin de la simulation, soit t_{FIN} .

$$\mathbf{g}(\mathbf{Y}^{k+1}, t_n) = \mathbf{g}(\mathbf{Y}^k, t_n) + \mathbf{J}(\mathbf{Y}^k, t_n) \times \delta_k \quad (2.20)$$

2.2.5 Configuration initiale du câble

Comme mentionné précédemment, la résolution de la dynamique à chaque pas de temps permet de déterminer la configuration actuelle à partir de la configuration à l'instant précédent, nécessitant ainsi une configuration initiale pour $t = 0$. Explicitant l'état de chaque point (forces, vitesses, orientation), elle doit être compatible avec les équations de la dynamique, au risque de créer une divergence de la résolution dès la première itération. Lors de ces travaux, quatre types de configuration initiale ont été exploitées et sont présentées par la suite.

Configuration chaîne pour câble pesant ou flottant

Comme vu précédemment, pour un câble de flottabilité non-neutre et ayant des sollicitations en raideur négligeables devant son poids propre, sa forme prendra une allure de chaîne. Dans ce cas, les efforts T_n et T_b sont négligeables, et le modèle théorique de chaîne permet de déterminer T_t en tout point, ainsi que son orientation. La Fig. 2.13 présente l'allure d'une condition initiale en chaîne dans un plan vertical, paramétrée par l'espacement vertical ΔH et horizontal ΔX entre ses extrémités ainsi que la longueur de câble L .

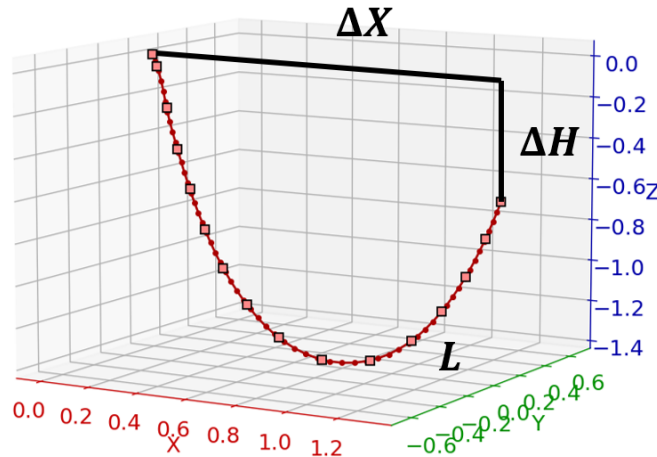


Figure 2.13 – Configuration initiale de câble pesant en chaîne

Configuration précontrainte pour câble neutre

Pour les câbles neutres, il existe une infinité de configurations compatibles avec des valeurs données de ΔH , ΔX et L . Afin de garantir une configuration stable, nous faisons le choix d'imposer une **précontrainte de traction** sur le câble, le maintenant ainsi légèrement tendu. Pour cela, le positionnement relatif des extrémités du câble sera imposé par les variables ΔH et ΔX , permettant de calculer la distance euclidienne D entre ces deux points (Fig. 2.14). La longueur initiale L_{simu} du câble simulé est alors définie à une valeur légèrement inférieure à D afin de générer une précontrainte de traction lorsque le câble est étiré pour atteindre cette distance. Une proportion de 0.99 est choisie afin de limiter l'impact de l'élongation sur le comportement du câble (Eq. 2.21). L'allongement relatif ε est alors défini en Eq. 2.22, permettant ainsi de calculer la tension tangentielle T_t de précontrainte effective (Eq. 2.23), qui sera alors imposée dans le modèle via N équations supplémentaires lors de l'initialisation. Le développement de cette dernière équation fait référence à l'annexe 6.1.

Dans cette configuration, le câble étant de flottabilité neutre, aucun autre effort ne sera en jeu, permettant de négliger initialement les valeurs de T_n et T_b le long du câble. De plus, le repère local associé à chaque point du câble, orienté de manière à ce que $\mathbf{t}^{t,s}$ suive la direction du câble, pourra être défini sans torsion, en imposant par exemple que $\mathbf{n}^{t,s}$ soit orienté vers l'axe $-\mathbf{z}$.

$$L_{simu} = 0.99\sqrt{\Delta X^2 + \Delta H^2} = 0.99D \quad (2.21)$$

$$\varepsilon = \frac{D - L_{simu}}{L_{simu}} \quad (2.22)$$

$$\sigma = \frac{T_t}{A} = \frac{T_t}{\frac{A_0}{1+\varepsilon}} = E \times \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad T_t = EA_0 \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} \quad (2.23)$$

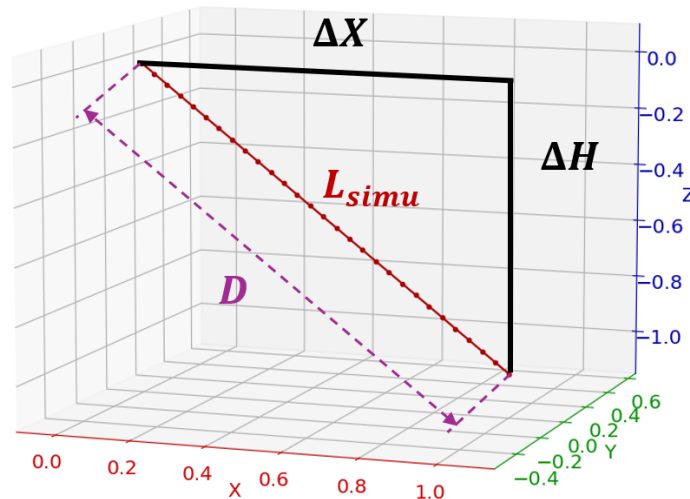


Figure 2.14 – Configuration initiale de câble neutre avec précontrainte

Configuration à partir de données mesurées

Lors de sessions expérimentales, il est possible d'observer le comportement réel d'un câble et de recueillir les positions au cours du temps d'un ensemble de ses points via l'utilisation de simples caméras ou de systèmes de *motion capture* (voir Annexe. 6.5). Le traitement de ces données permet d'en déduire les trajectoires 3D au cours du temps de ces points, donnant ainsi la possibilité d'avoir une partie de la configuration initiale (vitesses en tout point et orientation des segments) ainsi que des conditions limites pour rejouer la simulation et des trajectoires de référence à titre de comparaison (Fig. 2.15).

Pour obtenir une condition initiale complète, il faut être en mesure de déterminer les variables d'effort T_t , T_n , T_b en tout point du câble. Pour ce faire, nous proposons une méthode de résolution matricielle en utilisant les équations linéarisées PFD et TMC. Comme nous connaissons les trajectoires et orientations en chaque point, le vecteur d'état $\mathbf{Y}_T^s$ en chaque point ne comprendra que les variables d'effort (Eq. 2.24). Nous allons chercher à déterminer $\mathbf{Y}_T$ le vecteur d'état complet du câble contenant nos $3N$ inconnues (Eq. 2.25). N'ayant aucune information sur l'angle de torsion au niveau de chaque segment, nous ne serons en mesure d'utiliser uniquement que les $2(N-2)$ équations TMC suivant $\mathbf{n}^{t,s}$ et $\mathbf{b}^{t,s}$, auxquelles s'ajoutent les $3(N-1)$ équations PFD. Sous l'hypothèse que la tension n'évolue pas entre deux instants temporels proches lorsque le câble est quasi-statique, un système matriciel linéaire, défini en Eq. 2.26, peut être obtenu et résolu en utilisant une méthode des moindres carrés, où A_T est une matrice de taille $5N - 7 \times 3N$ et B_T un vecteur de dimension $5N - 7$.

$$\mathbf{Y}_T^s = [T_t^{0,s}, T_n^{0,s}, T_b^{0,s}]^T \quad (2.24)$$

$$\mathbf{Y}_T = [\mathbf{Y}_T^{0T}, \mathbf{Y}_T^{1T}, \dots, \mathbf{Y}_T^{N-1T}]^T \quad (2.25)$$

$$A_T \times \mathbf{Y}_T = B_T \quad (2.26)$$

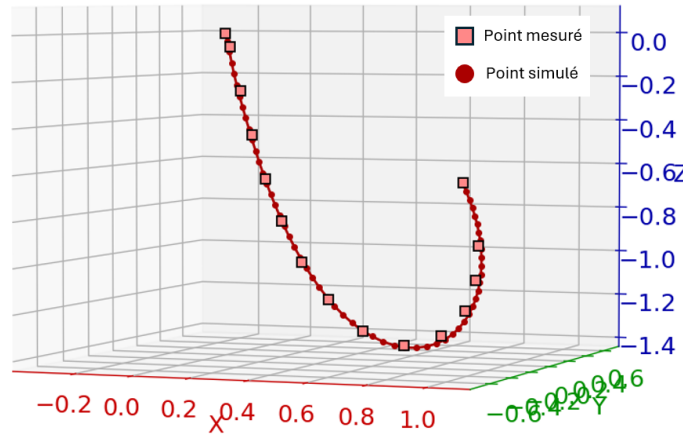


Figure 2.15 – Configuration initiale à partir de données mesurées

Configuration à partir de données simulées

Le principe consiste à réutiliser une configuration déjà obtenue par l'algorithme de résolution de la dynamique comme condition initiale $\mathbf{Y}^0$ pour une nouvelle simulation. Cette méthode permet d'éviter de recalculer certaines phases de simulation préliminaires, non essentielles à l'étude elle-même, mais nécessaires pour amener le système à l'état souhaité avant de lancer plusieurs scénarios. Cette configuration n'est toutefois réutilisable que si les paramètres de simulation (caractéristiques du câble, nombre de points de discrétisation, etc.) restent strictement inchangés, afin d'éviter toute discontinuité dans la suite de la simulation. La Fig. 2.16 illustre un exemple d'utilisation de cette méthode, intégrant le système en V qui sera présenté par la suite.

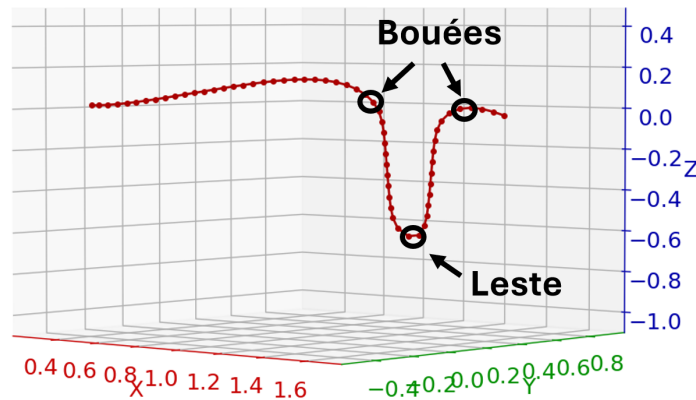


Figure 2.16 – Configuration initiale à partir de données simulées

2.3 Modélisation du système ROV/USV

2.3.1 Modélisation des robots

Dans le système ROV/USV étudié dans cette thèse, chaque extrémité de l'ombilical est reliée à un robot, imposant ainsi la dynamique de chaque côté de celui-ci. Les fondements théoriques adoptés pour la modélisation des robots, détaillés en Annexe 6.4, s'appuient sur les travaux de [72], qui proposent une formulation mathématique unifiée pour la modélisation des véhicules marins et sous-marins, prenant en compte jusqu'à six degrés de liberté (6 DoFs). La modélisation d'un ROV repose ainsi sur deux équations matricielles représentant la cinématique (Eq. 2.27) et la dynamique (Eq. 2.28) de l'engin. Par souci de simplicité, l'USV est modélisé selon la même structure, en contraignant explicitement les degrés de liberté non pertinents afin de limiter sa dynamique aux mouvements réellement observés. L'équation cinématique relie les vitesses linéaires et angulaires du robot dans son repère local R_b et dans le repère fixe R_N , notées respectivement $\mathbf{v}$ et $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ à travers l'utilisation d'une matrice de transformation de dimension 6×6 notée $J(\boldsymbol{\eta})$. L'équation dynamique établit la relation entre la quantité d'accélération du robot, paramétrée par la matrice M et les différents efforts s'exerçant sur ce dernier : les forces Coriolis-Centrifètes, paramétrées par la matrice $C(\mathbf{v})$; les forces de frottement, paramétrées par la matrice $D(\mathbf{v})$; les forces hydrostatiques, paramétrées par la matrice $G(\boldsymbol{\eta})$; les efforts généralisés des actionneurs $\boldsymbol{\tau}_{act}$; et les efforts généralisés extérieurs $\boldsymbol{\tau}_{ext}$. L'origine physique des termes de ces deux équations ainsi que leurs formulations analytiques sont détaillés en Annexe 6.4. Les paramètres mécaniques et hydrodynamiques du ROV utilisés en simulation dans cette thèse y sont récapitulés dans la Table 6.2 et sont issus des travaux de [73].

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{v} \quad (2.27)$$

$$M\dot{\mathbf{v}} + C(\mathbf{v})\mathbf{v} + D(\mathbf{v})\mathbf{v} + G(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}_{act} + \boldsymbol{\tau}_{ext} \quad (2.28)$$

La résolution du modèle dynamique nécessite au préalable d'identifier les inconnues, afin de vérifier que le système d'équations est bien déterminé. En supposant que l'état du robot est connu à l'instant t , les inconnues du problème sont les vecteurs $\boldsymbol{\eta}$ et $\mathbf{v}$ à l'instant $t + 1$, soit un total de 12 composantes. À ces inconnues s'ajoutent les efforts généralisés à l'instant $t + 1$: les efforts de commande $\boldsymbol{\tau}_{act}$ et les efforts extérieurs $\boldsymbol{\tau}_{ext}$. Les efforts $\boldsymbol{\tau}_{act}$ sont considérés comme "l'entrée" de la dynamique directe, et sont générés par des lois de commande destinées à produire une trajectoire souhaitée pour le robot. Ces lois peuvent être à boucle ouverte ou reposer sur des structures de régulation plus élaborées, telles que des asservissements en vitesse ou en position. Les efforts $\boldsymbol{\tau}_{ext}$ permettent, quant à eux, de prendre

en compte les interactions avec l'environnement, en particulier les effets exercés par le câble ou d'éventuelles perturbations externes. Les équations cinématique (Eq. 2.27) et dynamique (Eq. 2.28) fournissent chacune 6 équations, soit un total de 12, correspondant exactement au nombre d'inconnues dynamiques du système. La résolution est donc théoriquement possible, et se réalise typiquement en deux étapes : l'intégration des équations dynamiques pour calculer l'évolution des vitesses, suivie de l'intégration des équations cinématiques pour obtenir la nouvelle configuration du robot.

Dans un premier temps, l'accélération $\dot{\mathbf{v}}_{t+1}$ peut être exprimée en partant de l'Eq. 2.28, ce qui permet d'obtenir l'équation 2.29. L'expression de $\mathbf{v}_{t+1}$ est alors obtenue en approximant cette accélération $\dot{\mathbf{v}}_{t+1}$ avec une méthode d'Euler explicite d'ordre 1 (Eq. 2.30).

$$\dot{\mathbf{v}}_{t+1} = M^{-1} \cdot (\boldsymbol{\tau}_{act,t} + \boldsymbol{\tau}_{ext,t} - (C(\mathbf{v}_t) \mathbf{v}_t + D(\mathbf{v}_t) \mathbf{v}_t + G(\boldsymbol{\eta}_t))) \quad (2.29)$$

$$\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{v}_t + \dot{\mathbf{v}}_{t+1} \cdot dt \quad (2.30)$$

En utilisant l'équation cinématique 2.27, il est possible de convertir les vitesses, linéaires et angulaires, du repère robot dans le repère fixe (Eq. 2.31). De la même manière, l'intégration temporelle de ce vecteur vitesse permet de remonter au vecteur position $\boldsymbol{\eta}_{t+1}$ (Eq. 2.32).

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_{t+1} = J(\boldsymbol{\eta}_t) \mathbf{v}_{t+1} \quad (2.31)$$

$$\boldsymbol{\eta}_{t+1} = \boldsymbol{\eta}_t + \dot{\boldsymbol{\eta}}_{t+1} \cdot dt \quad (2.32)$$

La méthode est exécutée à chaque pas de temps de la simulation, en amont de la résolution du modèle de câble. Le résultat obtenu sert alors à définir les conditions aux limites de ce dernier, selon la démarche présentée en Section 2.2.

2.3.2 Modélisation du système en V

Le système en V, présenté en Section 1.1.4, est composé de deux flotteurs et d'une masselotte. Ces éléments, dont le rôle est de modifier localement la forme du câble, influencent également sa dynamique locale. Pour les intégrer dans le simulateur, une modification est apportée au modèle de l'ombilical aux points correspondant à l'ajout de ces éléments. Le principe retenu repose sur une superposition locale appliquée en chaque point concerné, comme illustré en Fig. 2.17. Les propriétés géométriques et inertielles de chaque élément impactent principalement l'équation du principe fondamental de la dynamique (Eq. 2.5) par l'ajout de trois termes : (i) les forces hydrostatiques $\mathbf{W}_e^{t,s}$, (ii) les forces de frottement linéique $\mathbf{F}_e^{t,s}$, et (iii) les forces d'inertie (forces de d'Alembert) $\mathbf{B}_{A,e}^{t,s}$. Ainsi, lorsqu'un élément

ponctuel est associé à un point P_s , l'équation du PFD correspondante devient celle définie en Eq. 2.33. Par ailleurs, afin de mieux capturer les courbures locales induites par ces éléments, un maillage adaptatif est automatiquement généré à l'aide d'un algorithme d'affinement, comme illustré en Fig. 2.18. Ce formalisme est également adapté à l'intégration d'éléments ponctuels instrumentés, tels que des centrales inertielles.

$$\frac{\partial}{\partial S} \mathbf{T}^{t,s} + (\mathbf{W}^{t,s} + \mathbf{W}_e^{t,s}) + (\mathbf{F}^{t,s} + \mathbf{F}_e^{t,s}) + (\mathbf{B}_A^{t,s} + \mathbf{B}_{A,e}^{t,s}) = \mathbf{0} \quad (2.33)$$

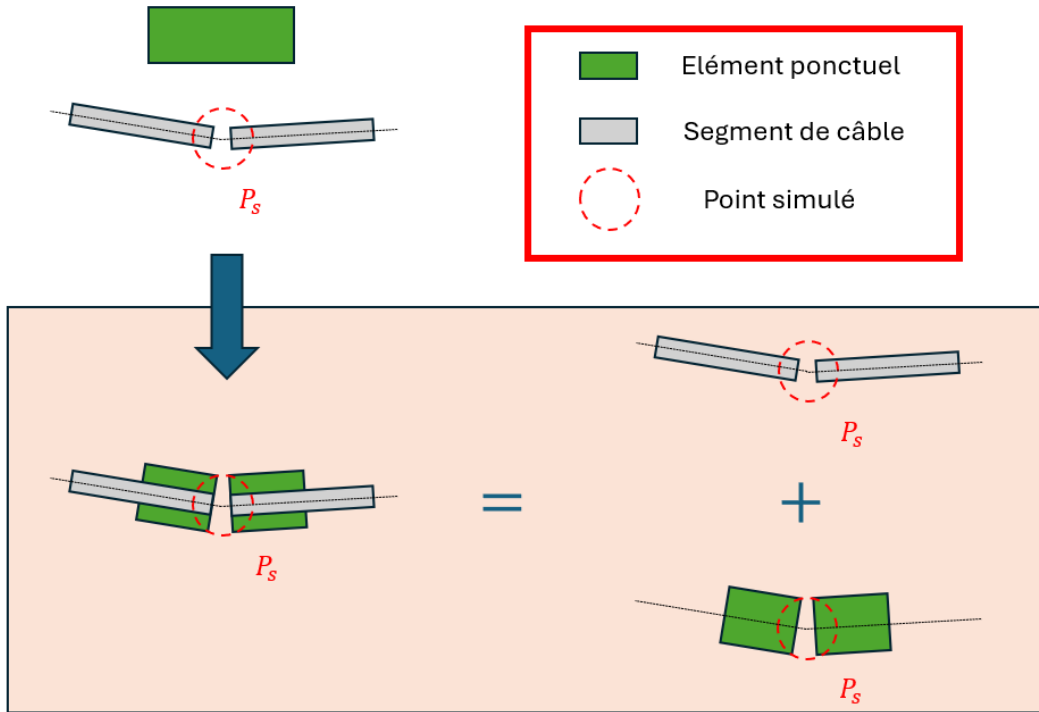


Figure 2.17 – Incorporation d'un élément ponctuel au modèle de câble via le principe de superposition.

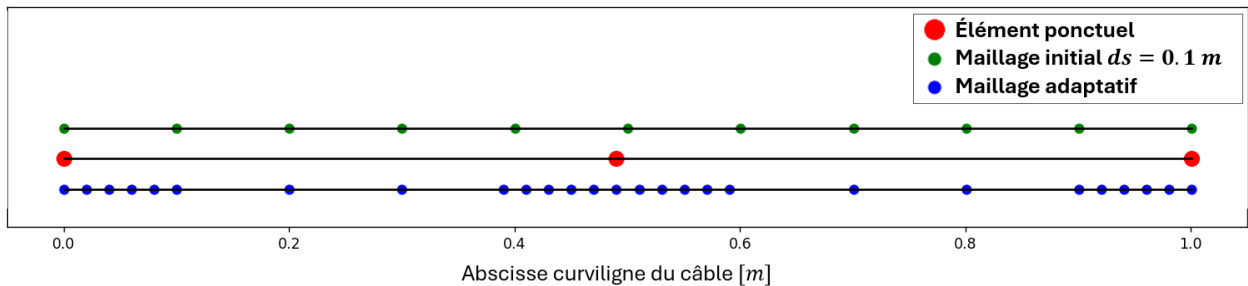


Figure 2.18 – Exemple de maillage adaptatif. Un câble de longueur 1 m est initialement discrétisé avec un pas de 0,1 m. Trois éléments ponctuels sont placés aux positions 0 m, 0,48 m et 1 m. Le maillage adaptatif passe par ces positions et est affiné localement autour de celles-ci tout en respectant une distance minimale $d_{s\min}$ entre les points.

2.3.3 Modélisation de l'enrouleur

La longueur de l'ombilical dans le système ROV/USV est contrôlée par un enrouleur intégré à l'USV. Cette variation de longueur n'est cependant pas prise en compte dans le modèle d'ombilical présenté en Section 2.2. La présente sous-section décrit l'adaptation apportée à ce modèle afin d'y intégrer une longueur variable au cours du temps, et examine les effets dynamiques associés aux opérations d'enroulement sur la dynamique globale du système.

2.3.3.1 Principe de longueur variable dans le modèle de câble

Dans le formalisme actuellement adopté pour la modélisation du câble, tous les segments sont de longueur non-étirée fixe d_{s_0} , à l'exception du dernier segment côté USV, dont la longueur $d_{P_{N-2}P_{N-1}}$ est comprise dans l'intervalle $d_{s_{min}}$ et $d_{s_{max}}$ (voir Sec. 2.2.3). Les équations dynamiques discrètes du câble tenant compte explicitement de la longueur de chaque segment, il serait théoriquement possible de faire varier $d_{P_{N-2}P_{N-1}}$ afin de modéliser une opération d'enroulement ou de déroulement. Cependant, cette approche présente plusieurs limitations. D'une part, la capacité d'enroulement est limitée par la longueur minimale atteignable de ce dernier segment. D'autre part, une augmentation de $d_{P_{N-2}P_{N-1}}$ pour simuler un déroulement affecte significativement la précision de la résolution dynamique sur ce segment. Cela est principalement dû aux approximations de premier ordre utilisées pour résoudre les équations aux dérivées partielles du modèle. En conséquence, cette méthode seule ne constitue pas une solution acceptable pour simuler de manière réaliste les opérations d'enroulement/déroulement.

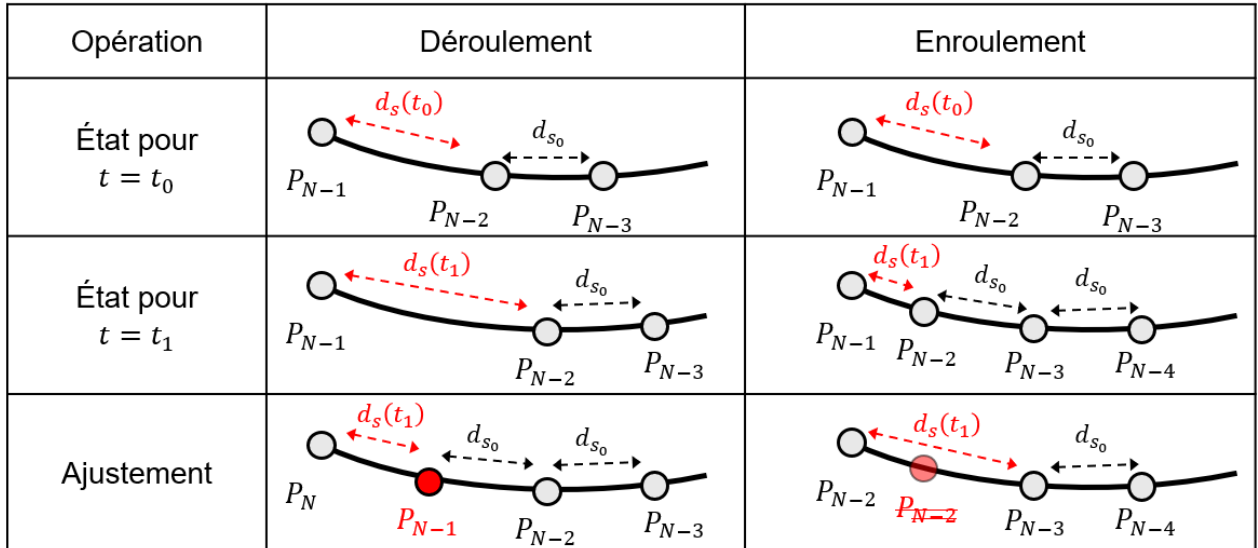


Figure 2.19 – Principe de fonctionnement de l'algorithme de gestion de point

La solution retenue pour modéliser les opérations d'enroulement et de déroulement consiste à intégrer un **algorithme de gestion dynamique des points**, dont le rôle est d'ajouter ou de retirer un point au niveau du dernier segment du câble en fonction de l'évolution de sa

longueur. Le principe est illustré en Figure 2.19. On note d_s la longueur du dernier segment de câble, correspondant à $P_{N-2}P_{N-1}$ pour un câble composé de N points.

Lors d'une phase de déroulement, si d_s dépasse un seuil maximal $d_{s_{max}}$, un nouveau point P_s est inséré à une distance d_{s_0} de P_{N-2} . Ce point devient le nouveau P_{N-1} , et le segment terminal de longueur variable du câble composé de $N + 1$ points devient $P_{N-1}P_N$.

Inversement, au cours d'un enroulement, si d_s devient inférieur à un seuil minimal $d_{s_{min}}$, le point P_{N-2} est retiré de la simulation. Le point P_{N-1} est alors renommé P_{N-2} afin de conserver la cohérence de la notation dans la structure discrète du câble.

L'ajout d'un point nécessite l'estimation de ses variables dynamiques ainsi que de sa position, notamment pour assurer une reconstruction géométrique continue du câble. À cet effet, des fonctions d'interpolation sont appliquées sur l'ensemble des états dynamiques disponibles à l'instant considéré. L'interpolation est réalisée à l'aide de fonctions B-splines, permettant de représenter plus précisément les variations locales et d'assurer une transition douce dans la dynamique du câble. L'ensemble de ces opérations constitue notre **algorithme de gestion dynamique des points**.

2.3.3.2 Impact sur les équations dynamiques

Pour tenir compte de la variation de longueur imposée par l'enrouleur, il faut localement intervenir sur les équations qui composent notre modèle dynamique. Considérons trois points P_{i-1} , P_i et P_{i+1} tels que l'enrouleur soit positionné sur le point P_i et fasse varier la longueur entre P_i et P_{i+1} (Fig. 2.20). On notera $V_w(t)$ la vitesse linéaire imposée par l'enrouleur sur le segment $P_{i+1}P_i$ à l'instant t , dont le signe indiquera l'opération en cours : positif pour un déroulement, négatif pour un enroulement. Sur le segment P_iP_{i-1} , les équations restent inchangées puisque la longueur de câble ne varie pas sur ce segment. En revanche, sur le segment $P_{i+1}P_i$, deux changements surviennent :

- la longueur du segment n'est plus la même.
- la vitesse imposée par l'enrouleur sur le câble au point P_i se superpose avec la vitesse de déplacement, calculée grâce à la résolution du système d'équations.

Pour représenter ce changement de longueur de segment entre les instants t et $t + dt$, la valeur de $d_s(t + dt)$ sera actualisée via l'Eq. 2.34. Les équations du modèle dynamique appliquées sur ce segment seront modifiées afin de tenir compte de la superposition des vitesses (Eq. 2.35) .

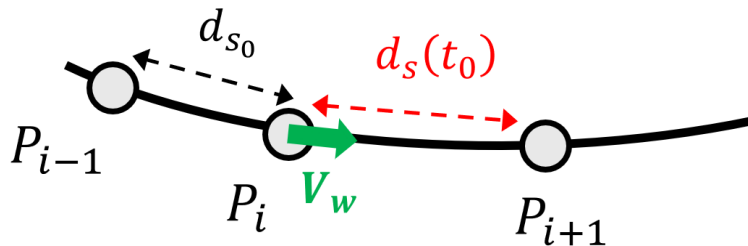


Figure 2.20 – Superposition de la vitesse de l'enrouleur

$$d_s(t + dt) = d_s(t) + \frac{V_w(t) + V_w(t + dt)}{2} dt \quad (2.34)$$

$$V_t^{t,i} = V_t^{t,i} - V_w(t) \quad (2.35)$$

2.3.3.3 Dynamique de l'enrouleur

Bien qu'une solution de gestion active de l'ombilical soit développée ultérieurement (Section 3), un enrouleur simple, modélisé comme une machine à courant continu (MCC) agissant uniquement sur la vitesse du câble sans prise en compte du stockage, est retenu comme modèle pour la simulation. Le modèle dynamique de la MCC prend en compte les phénomènes électriques, magnétiques et mécaniques qui régissent le comportement de ce type de système. En l'absence de couple résistant, il peut être assimilé à la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du second ordre. Toutefois, celui-ci est généralement réduit à un modèle du premier ordre, en raison de la constante de temps associée à la dynamique électrique, nettement inférieure à celle de la partie mécanique. Ce modèle est caractérisé par un gain K_m et une constante de temps τ_m . En supposant la mise en œuvre d'une boucle d'asservissement en vitesse linéaire à l'aide d'un correcteur proportionnel de gain K_p , la fonction de transfert équivalente reste de premier ordre. Les expressions analytiques du gain global A et de la constante de temps τ sont données en Eq. 2.36 et Eq. 2.37. Les valeurs utilisées en simulation sont $A = 1$ et $\tau = 0.2$ s, ce qui permet de reproduire un comportement d'enroulement réaliste.

$$A = \frac{K_p \cdot K_m}{1 + K_p \cdot K_m} \quad (2.36)$$

$$\tau = \frac{\tau_m}{1 + K_p \cdot K_m} \quad (2.37)$$

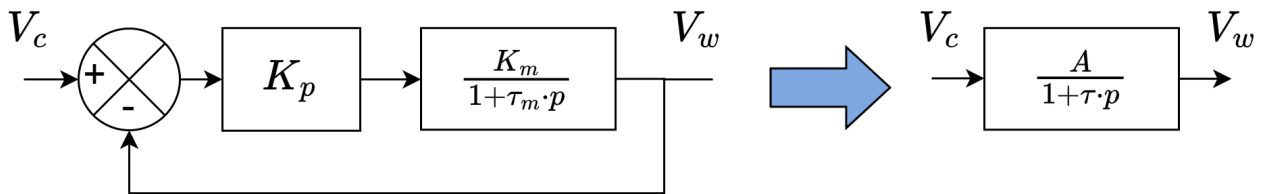


Figure 2.21 – Modèle équivalent de l'enrouleur asservi en vitesse linéaire utilisé en simulation

2.4 Architecture du simulateur

Le simulateur de mission ROV/USV conçu dans cette thèse a été développé en Python. Bien que ce langage n'offre pas les meilleures performances en termes de calcul numérique intensif, il a été retenu en raison de sa popularité dans la communauté scientifique, de sa richesse en bibliothèques spécialisées (calcul symbolique, résolution numérique, visualisation, etc.), ainsi que de sa flexibilité de développement. L'architecture du simulateur se décompose en quatre sous-parties et est illustrée en Fig. 2.22.

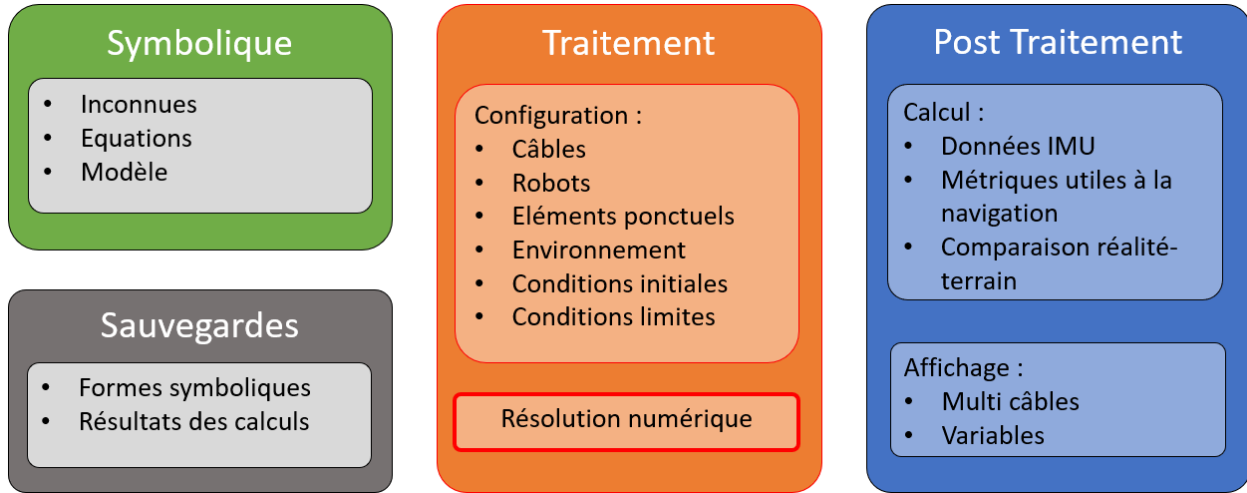


Figure 2.22 – Représentation visuelle de l'architecture du simulateur

Les différents modèles précédemment évoqués ont été incorporés dans un module de **calcul symbolique**. Ce module permet d'établir les formes analytiques des équations discrètes utilisées lors de la résolution numérique, dont la longueur des expressions peut rendre leur manipulation fastidieuse et être source d'erreurs humaines. Le processus commence par la définition des bases utilisées, des inconnues de résolution ainsi que des équations analytiques disponibles, en précisant pour chacune la base dans laquelle elle est exprimée. Les opérations courantes telles que les dérivées discrètes, les changements de repères et les différences finies sont assurées par un code dédié, qui se charge également d'optimiser les expressions symboliques obtenues afin de réduire le coût des calculs numériques ultérieurs. Pour chaque dimension de chaque équation (par exemple : « PFD suivant $\mathbf{n}$ »), un fichier de configuration est généré. Ce fichier précise :

- le type d'équation (PFD, SCH, TMC, ...);
- le nombre de points consécutifs impliqués (1 pour les conditions limites, 2 pour la PFD, 3 pour la TMC, ...);
- l'unité physique associée à l'équation;
- le contenu du vecteur $\mathbf{g}$ et de la matrice $\mathbf{J}$ utilisés dans la résolution numérique, conformément à la formulation exposée en Section 2.2.4.

Cette étape de génération symbolique constitue une phase essentielle dans l'automatisation du code de simulation. Elle permet de recalculer automatiquement toute modification apportée à une équation lors de la phase de conception du simulateur, sans nécessiter de ressaisie manuelle fastidieuse — à condition, bien sûr, que l'algorithme de calcul symbolique soit correctement défini. Un dossier **Sauvegarde** est dédié à l'enregistrement des fichiers de configuration générés, afin de pouvoir être réutilisés par d'autres modules du simulateur. Il contient également les résultats des simulations, ainsi que les données issues des analyses effectuées lors des phases de post-traitement.

Le module **Traitement** constitue le cœur opérationnel de la simulation. Il permet de définir l'ensemble des paramètres caractérisant la configuration complète d'une simulation, appelée *scénario*. Un scénario est défini par les éléments suivants :

- le type de câble, décrit par sa masse volumique, son diamètre, sa raideur en flexion, et ses coefficients de frottement ;
- l'environnement extérieur, caractérisé par la masse volumique du fluide, ainsi que l'amplitude et la direction d'un éventuel courant marin ;
- le pas de discrétisation temporelle (fixe) et la durée totale de la simulation ;
- le pas de discrétisation spatiale utilisé pour générer le maillage initial du câble ;
- la configuration des éléments ponctuels, sous la forme d'une liste d'éléments (masse volumique, coefficients de frottement, diamètre), chacun associé à une position spécifique le long du câble ;
- les paramètres mécaniques et hydrodynamiques des engins fixés aux extrémités du câble ;
- le type de condition initiale sélectionnée parmi celles proposées en Section 2.2.5, ainsi que les paramètres associés ;
- le type de conditions aux limites appliquées aux extrémités du câble, ainsi que les paramètres ou lois de commande correspondants.

La résolution numérique s'effectue à partir des équations générées par le calcul symbolique, permettant une intégration temporelle pas à pas selon la méthode présentée en Section 2.2.4. Les résultats de la simulation correspondent à l'évolution temporelle des inconnues de chaque point du câble pour l'ensemble de la simulation. Ces données sont automatiquement stockées dans le dossier **Sauvegarde**, en vue d'analyses ultérieures ou de visualisation.

Le module de **Post-traitement** a pour objectif d'exploiter les résultats générés par la simulation. Il comprend une interface graphique dédiée à la visualisation des inconnues du câble à tout instant de la simulation (Fig. 2.23), qui peut être ajustée en fonction des grandeurs à observer. Cette interface permet également d'afficher et de comparer plusieurs résultats de simulations simultanément. En complément, plusieurs scripts ont été développés pour réaliser des analyses spécifiques, que ce soit sur une seule simulation (étude locale, données capteurs, métriques utiles à la navigation, ...), par comparaison entre différentes configurations simulées, ou encore par confrontation avec des données expérimentales.

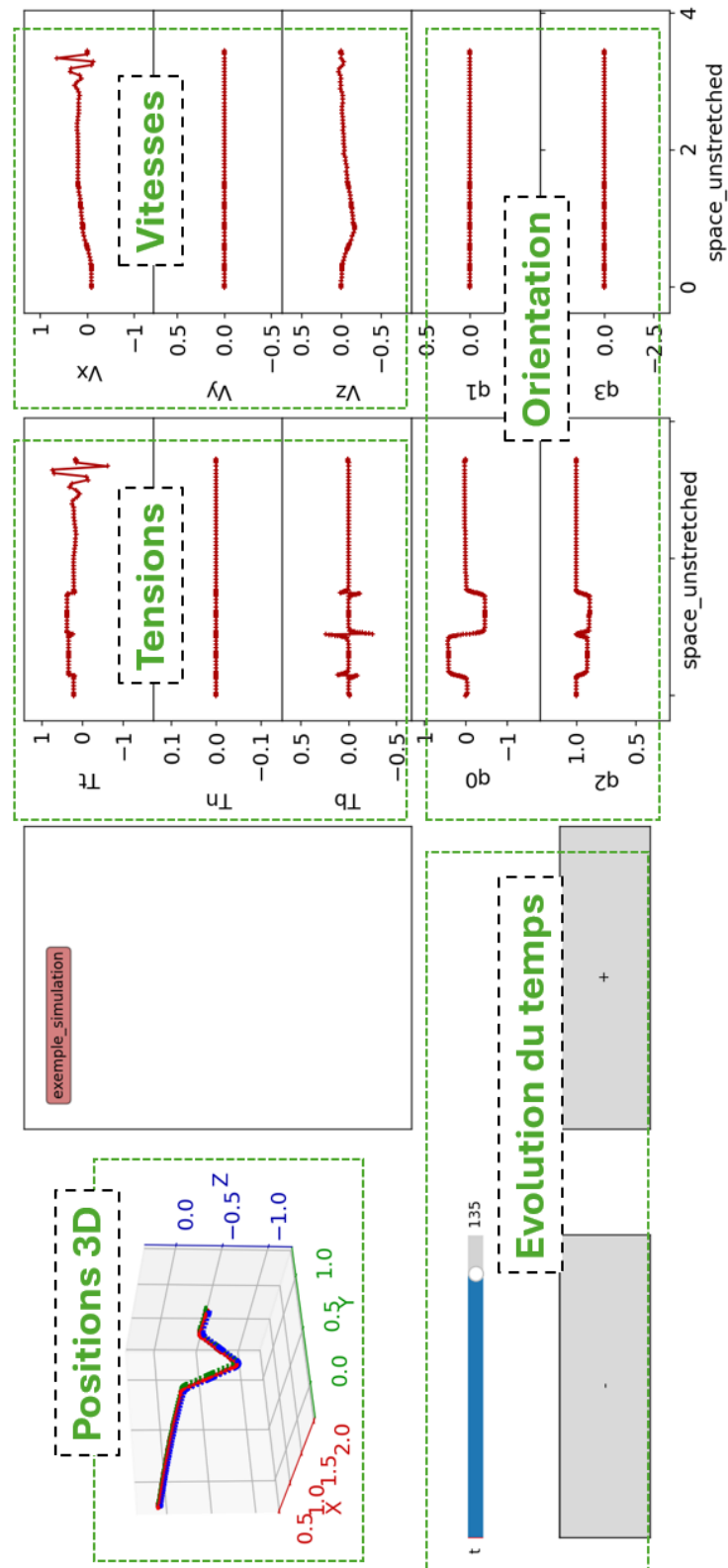


Figure 2.23 – Exemple de visualisation des inconnues du câble à tout instant d’une simulation.

2.5 Validation expérimentale du simulateur

Une session expérimentale de deux semaines, organisée par et pour l'équipe de robotique sous-marine du laboratoire COSMER, s'est tenue en octobre 2022 au CEPHISMER⁴ de la Marine Nationale Française. Un bassin en intérieur était mis à disposition, mesurant 7.2 m de longueur pour 4.2 m de largeur, avec une profondeur variant entre 1.2 m et 3 m, permettant ainsi de réaliser des expériences de robotique sous-marine en milieu marin. Une partie de ces expériences avait pour objectif **l'étude comportementale de câbles en environnement sous-marin** (Fig. 2.24). Le recueil de mesures sur l'évolution de la forme d'un câble immergé a été réalisé grâce à un système de *motion capture*, afin d'alimenter une base de données exploitable pour des recherches scientifiques sur ce sujet. Cette session expérimentale est présentée en détail en Annexe 6.5.

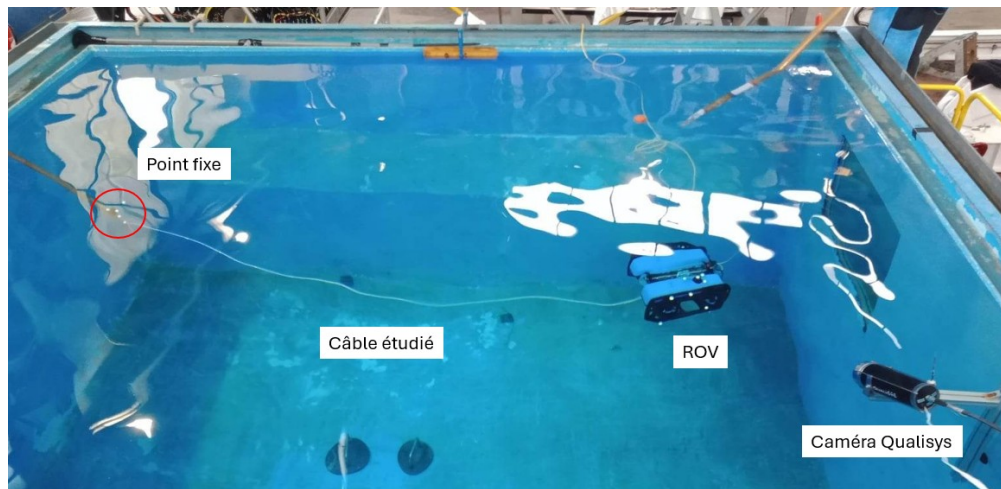


Figure 2.24 – Configuration expérimentale CEPHISMER - novembre 2022

Dix-huit séries de mesures, correspondant aux trois essais réalisés pour chacune des six trajectoires du fil plombé (câble 6), ont été sélectionnées afin de valider la capacité du modèle présenté en Section 2.2 à représenter de manière réaliste le comportement d'un câble immergé, tant en phase statique qu'en phase dynamique. Ce type de câble présente une configuration initiale stable sous forme de chaînette, ce qui en fait un cas pertinent pour l'évaluation du modèle. Le câble simulé prendra les caractéristiques décrites dans le Tableau. 6.3 de l'Annexe 6.5. Sa longueur est de 3 m et la simulation s'effectue avec un pas de discrétisation spatiale fixé à 5 cm et un pas temporel de 10 ms. Pour chaque simulation, la forme initiale du câble est déterminée en interpolant les positions mesurées à $t = 0$ en chaque point du câble. Les conditions limites aux extrémités du câble seront de type "liaison chaînette" (Fig. 2.6), avec les vitesses V_x , V_y et V_z calculées à partir des trajectoires mesurées aux extrémités. Un exemple de simulation est présenté en Fig. 2.25.

4. Centre Expert dans la Plongée Humaine et l'Intervention Sous la MER

2.6 Conclusion du chapitre

Ce chapitre a présenté le simulateur de mission développé pour l'étude du système ROV/USV. Ce simulateur intègre une modélisation dynamique de l'ombilical reposant sur une méthode des différences finies. Ce modèle a été adapté afin d'y intégrer les différents sous-systèmes : (i) les robots, via l'utilisation de modèles hydrodynamiques à chaque extrémité ; (ii) le système en V, en modifiant localement les paramètres hydrostatiques et hydrodynamiques du câble aux emplacements de la masselotte et des flotteurs ; (iii) et l'enrouleur, en introduisant un modèle de longueur variable, un algorithme de gestion dynamique des points de résolution, ainsi qu'une modélisation de sa dynamique afin d'en approcher un comportement réaliste. L'architecture du simulateur a ensuite été détaillée, mettant en lumière sa capacité à générer des scénarios variés, à configurer finement les paramètres de simulation et à analyser les résultats obtenus grâce à des outils de post-traitement adaptés. La capacité du simulateur à représenter de manière réaliste le comportement d'un câble immergé a ensuite été validée par comparaison avec des données expérimentales issues d'une campagne dédiée. Ce simulateur constitue ainsi un socle robuste pour la suite des travaux, tant pour l'étude comportementale du système que pour le développement de stratégies de navigation multi-robots.

Chapitre 3

Solution de gestion automatisée de câble pour système ROV/USV

Table des matières

3.1	Nouvelle instrumentation du système en V basée IMU	70
3.1.1	Preuve de concept d'une solution basée IMU	70
3.1.2	Intégration des IMUs sur le câble	76
3.2	Conception et fabrication de l'enrouleur de l'USV	80
3.2.1	Solution développée - partie mécatronique	80
3.2.2	Solution développée - partie commande	85
3.3	Interface Homme-Machine du système	90
3.3.1	Architecture ROS2	90
3.3.2	Interface Graphique Utilisateur (GUI)	91
3.4	Conclusion du chapitre	93

3.1 Nouvelle instrumentation du système en V basée IMU

Le système en V développé dans cette thèse repose sur une solution proposée dans des travaux antérieurs menés au sein du laboratoire [74, 75], dont le principe est décrit en Section 1.1.4 et rappelé sur la Fig. 3.1. En pratique, la solution d'étanchéité utilisée pour le capteur de courbure s'est révélée peu durable, car la mesure repose sur la déformation, ce qui tend à fragiliser le système d'étanchéité. Dans ce contexte, une étude a été menée à l'aide du simulateur de missions ROV/USV afin d'évaluer la pertinence du remplacement de ce capteur par plusieurs centrales inertielles - ou *Inertial Measurement Units* (IMUs) - réparties le long du système en V. Les IMUs sont des capteurs intégrant typiquement trois accéléromètres, trois gyromètres, et parfois trois magnétomètres, permettant de mesurer les accélérations linéaires, les vitesses angulaires, et les orientations absolues dans toutes les directions. Leur placement à des endroits stratégiques sur le câble pourrait permettre d'accéder à d'autres informations locales sur le mouvement et la configuration du système.

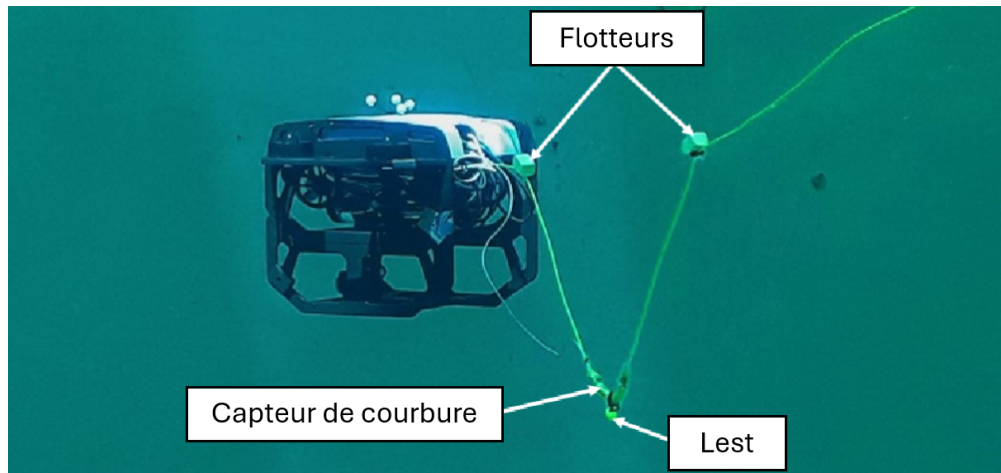


Figure 3.1 – Système en V développé au laboratoire COSMER entre 2017 et 2021 [10].

3.1.1 Preuve de concept d'une solution basée IMU

Cette étude vise à déterminer s'il existe une configuration de placement des IMUs sur l'ombilical permettant de mesurer l'*interbuoy distance*, ainsi qu'à évaluer l'apport des nouvelles informations fournies par cette instrumentation sur le comportement du câble. Dans un premier temps, le système en V original a été intégré dans le simulateur sur une portion de câble neutre de 3 m de longueur et de 4 mm de diamètre. Les flotteurs et le lest ont été positionnés sur le câble (comme décrit en Sec. 2.3.2), en respectant la même configuration géométrique et mécanique que celle précédemment indiquée. Les extrémités du câble sont attachées respectivement à un ROV et à un USV, ce dernier étant équipé d'un enrouleur, qui aura la

liberté de gérer la longueur du câble. Une simulation préliminaire (Fig. 3.2) a été réalisée à partir d'une condition initiale de câble légèrement tendu. Alors que l'USV est fixe, le ROV se déplace dans sa direction, réduisant progressivement la précontrainte afin de permettre au câble neutre simulé d'atteindre sa configuration en « V » au repos. Cette configuration servira de condition initiale pour les simulations suivantes.

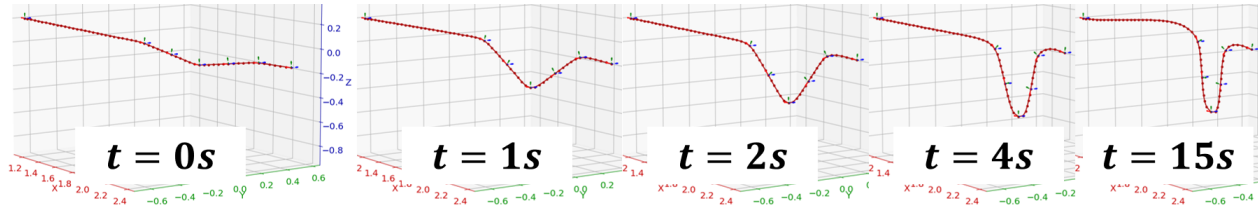


Figure 3.2 – Système en V simulé se stabilisant autour de sa position d'équilibre. Vidéo disponible sur YouTube <https://youtu.be/ldYweIBYVUg> (mars 2024).

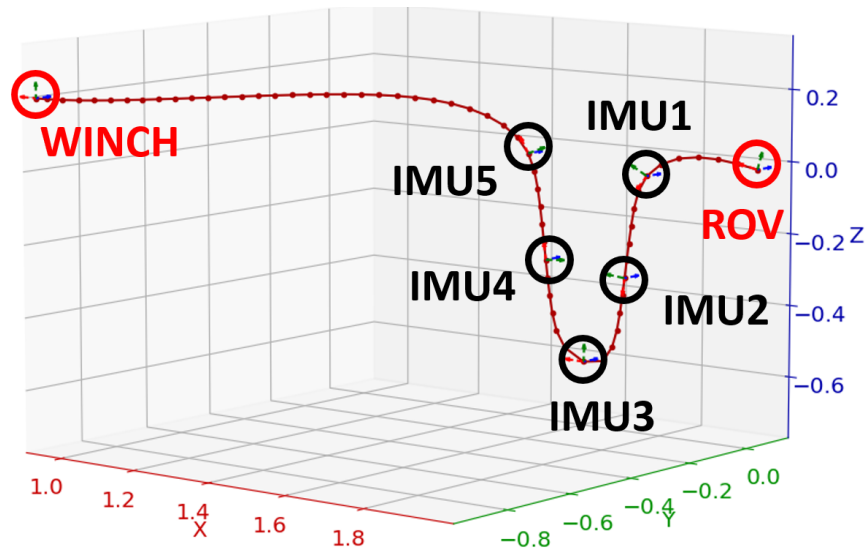


Figure 3.3 – Positionnement des cinq IMUs sur le système en V simulé. Le ROV se trouve à l'extrémité droite de la figure, tandis que l'enrouleur (WINCH) est situé à l'autre extrémité.

Cinq IMUs sont positionnées le long du système en V sur le câble : une sur chaque flotteur, une sur le lest, ainsi que deux situées exactement au milieu entre chaque flotteur et le lest (voir Fig. 3.3). Leur axe local t a été aligné avec la direction du câble. Les données IMU ont été reconstruites à partir des vitesses et orientations obtenues lors de la résolution numérique en simulation, auxquelles a été ajoutée l'accélération gravitationnelle. La dérive réelle des gyromètres ($\approx 0,01^\circ/\text{s}$) n'est pas prise en compte en simulation car elle peut être corrigée par un calibrage préalable. Ainsi, les données mesurées par la $i^{\text{ème}}$ IMU et utilisées dans cette simulation sont son accélération totale, $a^i = (a_t^i, a_n^i, a_b^i)$, ainsi que son orientation dans le repère fixe, $R_w^i = (t^i, n^i, b^i)$. Afin d'observer la configuration du système en V, plusieurs métriques d'intérêt peuvent être estimées à partir des données issues des IMUs :

- **Interbuoy distance :** En l'absence de perturbations extérieures agissant sur le câble, l'accélération linéaire mesurée par la $i^{\text{ème}}$ IMU est uniquement due au champ gravitationnel terrestre. Dans cette condition, il est possible d'estimer l'angle d'inclinaison β^i de l'axe $\mathbf{t}^i$ de l'IMU à l'aide de l'Éq. 3.1. En supposant que le segment de câble de longueur 0.6 m situé entre un flotteur et le lest reste droit, l'*interbuoy distance*, notée d_{BB} , peut être estimée à partir des angles d'inclinaison des IMUs i_2 et i_4 , notés respectivement β^{i_2} et β^{i_4} , selon l'Éq. 3.2.

$$\beta^i = \arccos \frac{a_t^i}{g} \quad (3.1)$$

$$d_{BB} = 0.6 \left(\sin \beta^{i_2} + \sin \beta^{i_4} \right) \quad (3.2)$$

- **Courbure :** La définition de la courbure γ_i en un point P_i est la dérivée partielle du vecteur $\mathbf{t}^i$ par rapport à l'abscisse curviligne non-étirée s . Pour le formalisme des angles d'Euler, l'expression est présentée en Eq. 3.3. Pour les quaternions, cette expression est complexe et peut être obtenue via un calcul symbolique. Ainsi, d'une manière discrète, la courbure $\gamma_{i,j}$ entre deux IMUs i et j peut être approchée à partir de l'Eq 3.4 (pour les angles d'Euler).

$$\gamma_i = \left[0, \frac{\partial \phi_i}{\partial s} \cos \theta_i, -\frac{\partial \theta_i}{\partial s} \right]_{R_i}^T \quad (3.3)$$

$$\gamma_{i,j} = \left[0, \frac{\phi_j - \phi_i}{s_j - s_i} \cos \frac{\theta_i + \theta_j}{2}, -\frac{\theta_j - \theta_i}{s_j - s_i} \right]_{R_{\frac{i+j}{2}}}^T \quad (3.4)$$

- **Angle horizontal :** Le produit scalaire des projections horizontales des vecteurs $\mathbf{t}_i$ et $\mathbf{t}_{\text{ROV}}$ permet de calculer un angle horizontal, noté α_i , utile pour détecter une déviation latérale du système en V pouvant apparaître dans certaines situations, comme un mouvement de virage.

Plusieurs simulations, représentatives de situations réelles lors de missions ROV, ont été réalisées afin de valider la pertinence de l'utilisation des IMUs dans ce système et d'obtenir des informations locales supplémentaires sur le mouvement et la configuration du système via l'utilisation des métriques d'intérêt précédemment présentées. Le ROV est modélisé par trois profils de vitesse trapézoïdaux correspondant à ses degrés de liberté : le *surge* (mouvement d'avance), le *yaw* (lacet) et le *heave* (*élévation*), présentés en Figure 6.6 dans l'Annexe 6.4. Ces profils de vitesses sont paramétrés par des points caractéristiques, présentés dans la Table 3.1. L'enrouleur ajuste la longueur de câble en étant asservi au signal d'*interbuoy distance* (décrit dans [74]), à l'aide d'un contrôleur proportionnel-dérivé. Étant donné que la distance naturelle entre les flotteurs du système en V dépend de leur vitesse [75], la consigne de l'asservissement est mise à jour dynamiquement. Trois trajectoires distinctes du ROV sont testées au cours de

ces simulations : un mouvement d'avance en aller-retour (*Round Trip*), un mouvement de virage (*Turn*) et une plongée (*Dive*).

Trajectoire	Round Trip	Turn	Dive
Point caractéristique	[t, s]	[t, s, y]	[t, s, h]
0	[0, 0]	[0, 0, 0]	[0, 0, 0]
1	[2, 0.2]	[1, 0.2, 0]	[2, 0.2, 0]
2	[4, 0.2]	[2, 0.2, 0]	[4, 0.2, 0]
3	[6, 0]	[3, 0.2, -0.4]	[6, 0.2, -0.2]
4	[12, 0]	[6, 0.2, -0.4]	[8, 0.2, -0.2]
5	[14, -0.2]	[7, 0.2, 0]	[10, 0, 0]
6	[16, -0.2]	[8, 0.2, 0]	[15, 0, 0]
7	[18, 0]	[10, 0, 0]	-
8	[24, 0]	[15, 0, 0]	-

Tableau 3.1 – Points caractéristiques des lois de mouvement du ROV associées à chaque trajectoire : [temps, surge, heave or yaw]. Unités : temps [s] ; surge,heave [m/s] ; yaw [rad/s]

Les résultats de chaque simulation, ainsi que les vidéos associées, sont présentés dans les Fig. 3.4, 3.5 et 3.6, correspondant respectivement aux trajectoires *Round Trip*, *Turn* et *Dive*. Plusieurs signaux sont représentés : l'*interbuoy distance*, estimée à partir des données IMU vs mesurée en simulation ; la tension tangentielle à chaque flotteur, obtenue en simulation ; la courbure entre les IMU 2 et 3, estimée à partir des données IMU vs mesurée en simulation ; et les angles horizontaux des IMUs, estimées à partir des données IMU (seulement pour la trajectoire *Turn*).

Dans les trois simulations, l'estimation de l'*interbuoy distance* est proche de celle mesurée dans le simulateur, bien qu'un écart soit observable. Ce comportement est attendu, car le modèle repose sur l'hypothèse que le segment entre un flotteur et le lest est rigide et droit, ce qui n'est pas le cas pour le câble.

La tension tangentielle au niveau des flotteurs n'est accessible que dans le cadre de la simulation, et permet d'établir un lien entre le comportement de l'*interbuoy distance* et les tensions exercées dans le câble. On observe notamment que la différence de tension entre les deux flotteurs change de signe au cours du mouvement, ce qui semble indiquer la direction principale de tirage du système en V. Au début de la simulation, le ROV se déplace, ce qui tend à ouvrir le système en V. Lorsque le ROV s'arrête, le V se referme et l'enrouleur réduit la longueur du câble, tirant ainsi sur le système et générant une tension de signe opposé dans le câble.

La courbure au niveau du lest reflète la réserve de compliance du système en V. Tandis que l'*interbuoy distance* se base sur la déformation du système dans le plan vertical, cette métrique renseigne quant à elle sur la flexibilité du câble localement dans toutes les directions. Bien que leurs valeurs diffèrent, le signal estimé via les IMU présente des variations similaires

à celles observées en simulation. Incorporé dans un algorithme de calibration, ce signal pourrait permettre, à terme, d'améliorer la gestion du câble, en particulier lors de mouvements complexes en trois dimensions.

L'angle horizontal se révèle particulièrement pertinent pour la détection des mouvements de virage. Il permet d'identifier les configurations dans lesquelles le système en V sort de son plan naturel vertical. Ce phénomène survient notamment lorsque le ROV effectue un virage, mais peut également se produire en présence de courants marins. Cette métrique pourrait ainsi être exploitée dans des algorithmes d'évaluation des courants marins ou d'estimation de la position relative.

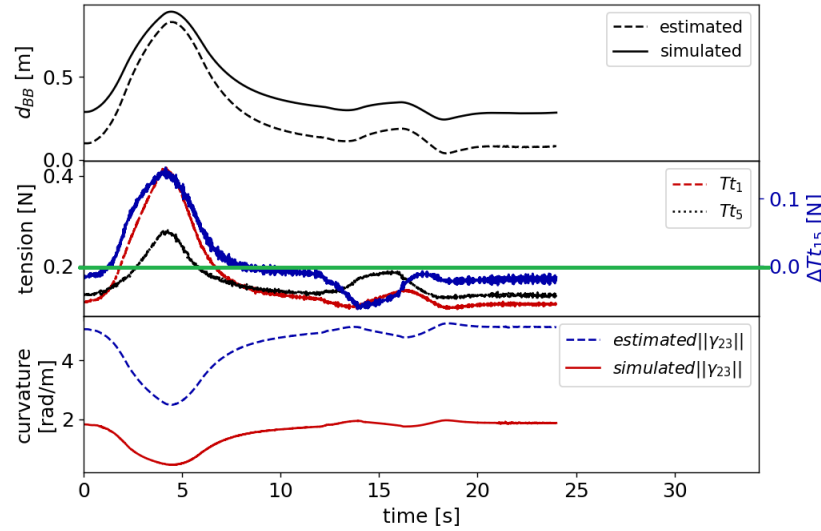


Figure 3.4 – Résultats de la simulation *Round Trip*. Légende détaillée en Fig. 3.5. Vidéo disponible sur YouTube <https://youtu.be/0JbwC3mf4dc> (mars 2024).

En conclusion, les simulations menées montrent que l'utilisation de plusieurs IMUs réparties le long du système en V permet d'estimer la distance entre les flotteurs, tout en apportant des informations supplémentaires sur le comportement du système, telles que les déformations hors plan, la réserve de compliance restante ou encore l'orientation relative des extrémités du câble.

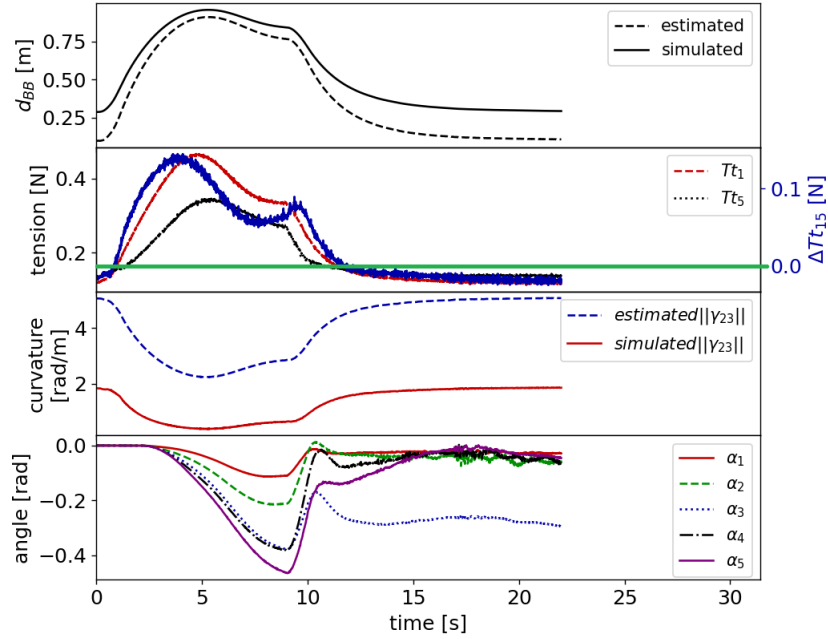


Figure 3.5 – Résultats de la simulation *Turn*. Haut : *interbuoy distance* estimée via les IMU (trait plein) vs. distance géométrique entre les bouées en simulation (pointillés). Milieu-haut : tension tangentielle de l’IMU 1 (pointillés rouges) et de l’IMU 5 (pointillés noirs). Différence entre T_{t_1} et T_{t_5} (trait plein bleu) avec l’échelle à droite, dont la valeur 0 est représentée par un trait plein vert. Milieu-bas : Courbure entre les IMUs 2 et 3 estimée via les IMU (pointillés bleus) vs. mesurée en simulation (trait plein rouge). Bas : Angles horizontaux des IMUs, relatifs à la direction du ROV. Vidéo disponible sur YouTube <https://youtu.be/xx91qPXUkgw> (mars 2024).

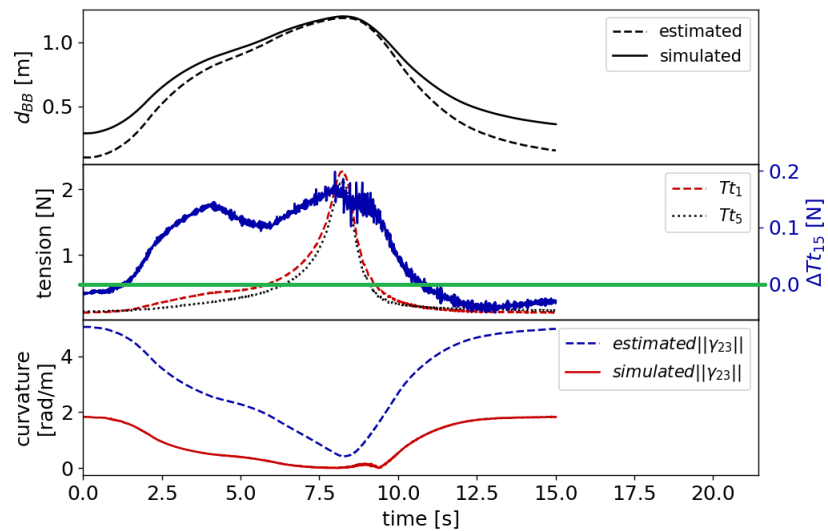


Figure 3.6 – Résultats de la simulation *Dive*. Légende détaillée en Fig. 3.5. Vidéo disponible sur YouTube <https://youtu.be/XwsexYf5l0o> (mars 2024).

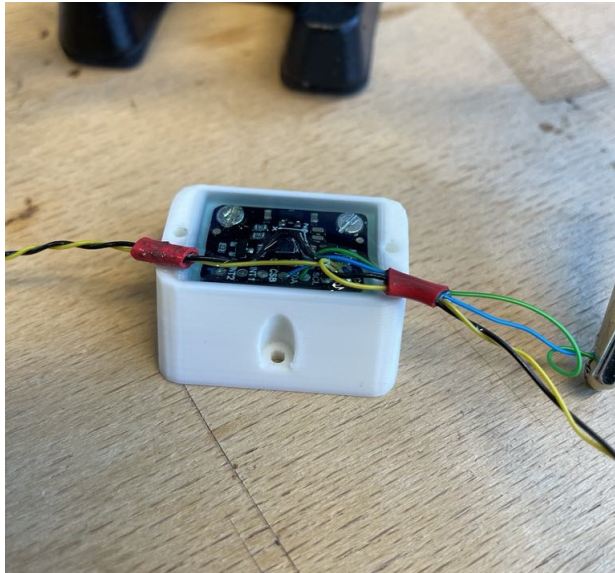
3.1.2 Intégration des IMUs sur le câble

Les IMUs utilisées dans ce prototype sont les modules *BMX160*¹ de chez *DFRobot* (Fig. 3.7a). Ces capteurs intègrent un accéléromètre 3 axes, un gyromètre 3 axes et un magnétomètre 3 axes, permettant une détection complète du mouvement sur 9 axes. Conçu pour une faible consommation énergétique, chaque module fonctionne à moins de 1.5 mA sous une alimentation de 5 V. En termes de capacités de mesure, l'accéléromètre propose une plage configurable de $\pm 2g$ à $\pm 16g$ avec une résolution de 16 bits, permettant des mesures précises d'accélération linéaire. Le gyromètre offre des plages allant de $\pm 125^\circ/s$ à $\pm 2000^\circ/s$, également avec une résolution de 16 bits. Le magnétomètre, quant à lui, possède des plages différentes selon ses axes, permettant des mesures jusqu'à $\pm 1300 \mu T$ sur les axes X et Y, et jusqu'à $\pm 2500 \mu T$ sur l'axe Z, avec une résolution de 13 bits. Ces capteurs sont compatibles avec les protocoles de communication I²C et SPI. Afin d'intégrer les IMUs sur le câble, un boîtier réalisé par fabrication additive a été conçu, épousant la surface extérieure du câble et étant maintenu en position à l'aide de deux ensembles vis-écrou. L'étanchéité du capteur a d'abord été assurée à l'aide d'un gel d'étanchéité temporaire, afin de valider le concept, puis à l'aide de résine époxy dans la version définitive du système (Fig. 3.7b).

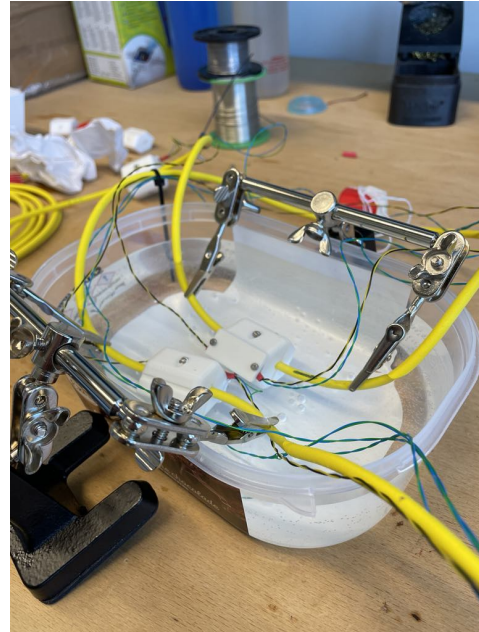
Cette nouvelle instrumentation du système en V utilise deux IMUs positionnées précisément sur le câble, entre chaque flotteur et le lest (voir Fig. 3.8). Les données des capteurs sont acquises via le microcontrôleur embarqué du ROV (Raspberry Pi 3B+), en utilisant le protocole I²C à une fréquence d'échantillonnage de 25 Hz. Ce choix offre un bon compromis entre la qualité des mesures et la charge système, adapté aux applications de commande.

Une expérience a été réalisée afin d'évaluer les performances de cette solution sur l'estimation de l'*interbuoy distance* (Fig. 3.9). Lors des essais, les flotteurs ont été manuellement placés à différentes distances mesurées, et l'*interbuoy distance* a été estimée à l'aide de l'Éq. 3.2. Les résultats sont présentés en Fig. 3.10. En raison de la raideur en flexion du câble, une courbure naturelle existe près du lest, que l'on observe à l'œil lorsque la distance réelle est faible (inférieure à 0,3 m) ainsi que dans les données mesurées. En dehors de cette plage, la distance estimée est cohérente et converge vers la distance réelle à mesure que le câble se tend. Sur la base de ces résultats, une fonction polynomiale du second degré a été choisie pour modéliser la relation entre la distance estimée et la distance réelle en statique.

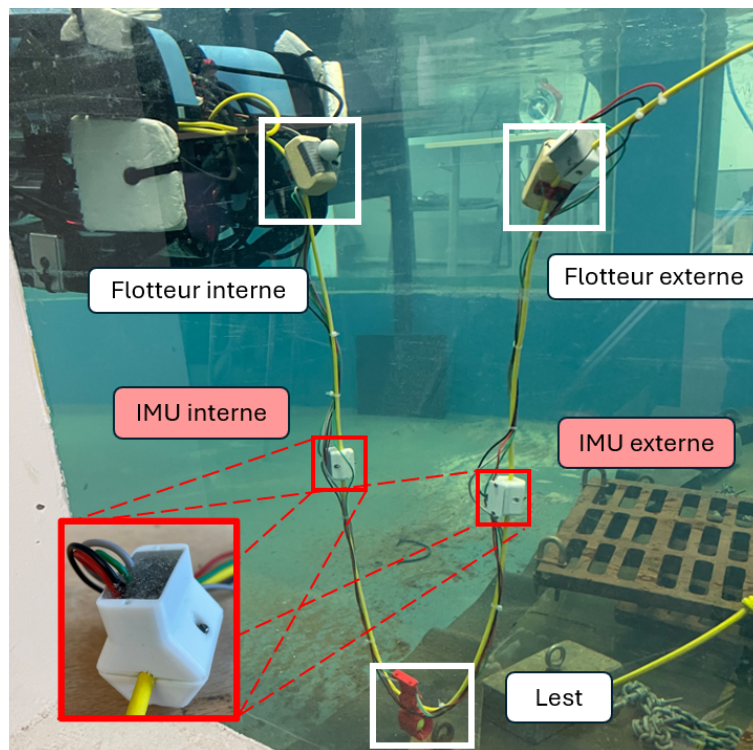
1. https://wiki.dfrobot.com/BMX160_9_Axis_Sensor_Module_SKU_SEN0373



(a) Application du gel d'étanchéité



(b) Test d'étanchéité du capteur

Figure 3.7 – Réalisation de l'étanchéité d'une IMU**Figure 3.8 – Instrumentation du système en V basé IMU sur l'ombilical**

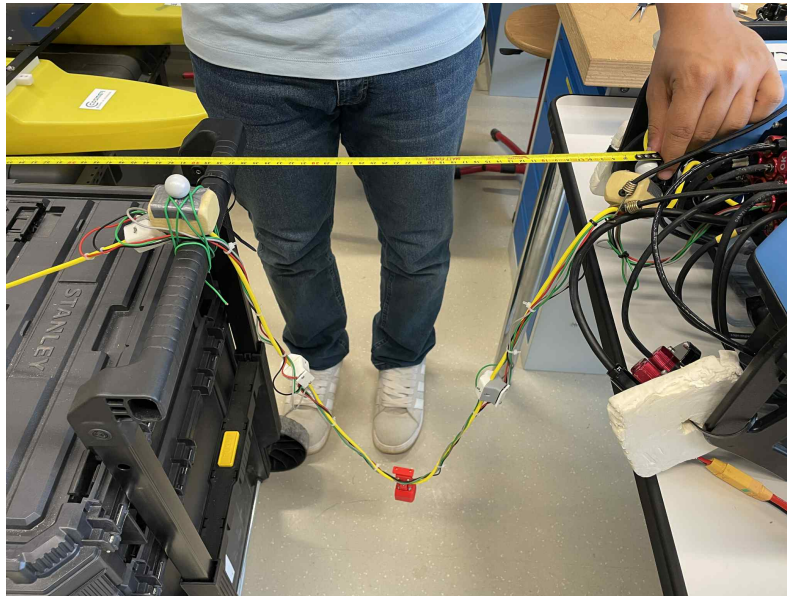


Figure 3.9 – Photo de l'expérience "*Interbuoy Distance* mesurée vs réelle".

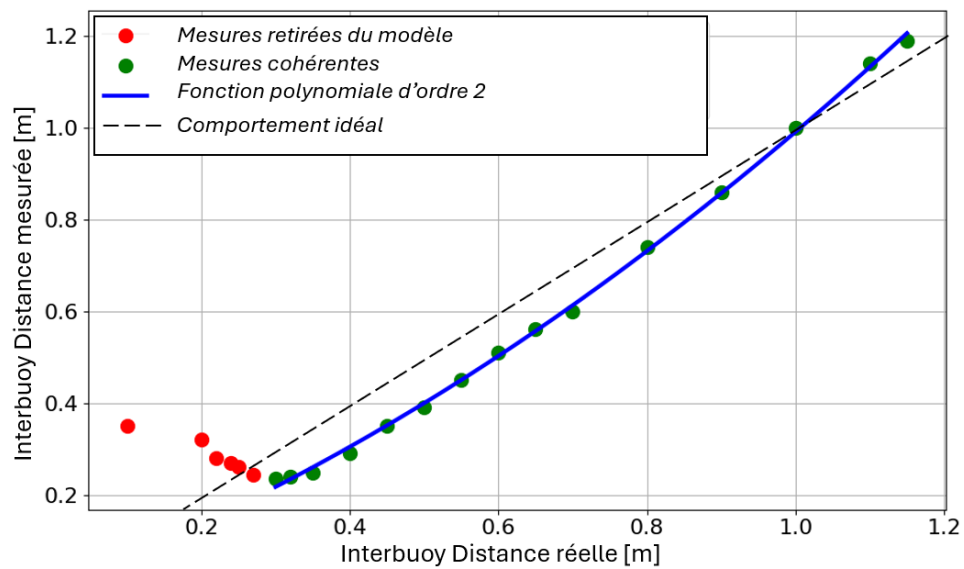


Figure 3.10 – *Interbuoy Distance* mesurée vs réelle

Comme évoqué précédemment, la distance entre les flotteurs varie en fonction de la vitesse du ROV. En effet, à vitesse constante, chaque flotteur est soumis à une force de frottement hydrodynamique proportionnelle au carré de sa vitesse relative dans le fluide [75]. Cependant, le flotteur le plus proche du ROV bénéficie d'un effet d'écran hydrodynamique induit par la présence du robot lui-même, ce qui atténue les forces de traînée exercées sur ce flotteur. Ce déséquilibre entre les efforts hydrodynamiques appliqués aux deux flotteurs induit une ouverture supplémentaire du système en V, affectant ainsi sa géométrie et son comportement dynamique.

Une expérience complémentaire a été réalisée afin de quantifier l'ouverture du système en V en fonction de la vitesse d'avance du ROV. L'essai a été conduit dans un bassin de 10 m de long, offrant une distance suffisante pour que le ROV atteigne un régime permanent sur une large plage de vitesses. Le système en V est monté sur l'ombilical du ROV, avec plusieurs mètres de câble déployés et disposés dans l'eau de manière à ne pas freiner le mouvement du robot. Le bassin et le ROV n'étant pas équipés de dispositif de mesure de vitesse, la loi expérimentale établie repose sur la commande du ROV en direction d'avancement (*forward*). En l'absence de perturbation hydrodynamique majeure, cette commande peut être reliée, si nécessaire, à une vitesse réelle à l'aide d'un modèle hydrodynamique précis du ROV utilisé dans [73]. Les résultats sont présentés en Fig. 3.11. Comme attendu, on observe une augmentation de l'*interbuoy distance* avec la vitesse d'avance du ROV. Une modélisation par polynôme d'ordre cinq permet de représenter cette évolution avec une bonne fidélité, et pourra être utilisé comme base pour des algorithmes de commande de la longueur d'ombilical.

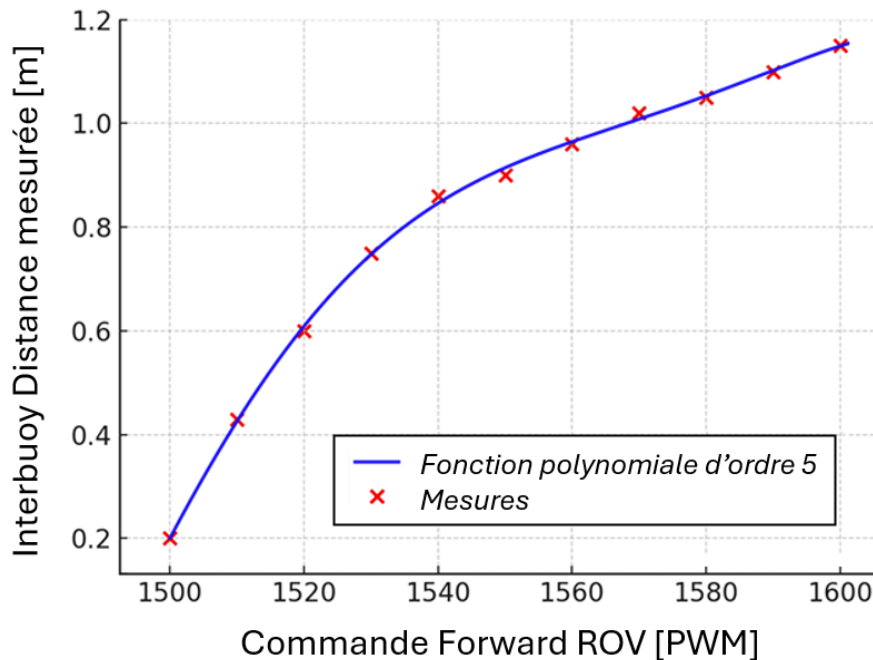


Figure 3.11 – *Interbuoy Distance* Mesurée vs Commande Forward ROV

3.2 Conception et fabrication de l'enrouleur de l'USV

3.2.1 Solution développée - partie mécatronique

La solution proposée dans cette thèse intègre le **module de tension** de la précédente solution dans un système bien plus complet (Fig. 3.12) ayant pour rôle : (1) de stocker le câble non-délivré de manière compact, ordonnée et automatique, via l'utilisation d'un système spécifique appelé **trancaneur** ; (2) de détecter la direction du câble en sortie de module de tension, grâce à l'utilisation de capteurs de contact (**switches**) ; (3) d'être intégré sur l'USV et résister à l'environnement marin, nécessitant la création d'une **boîte étanche**.

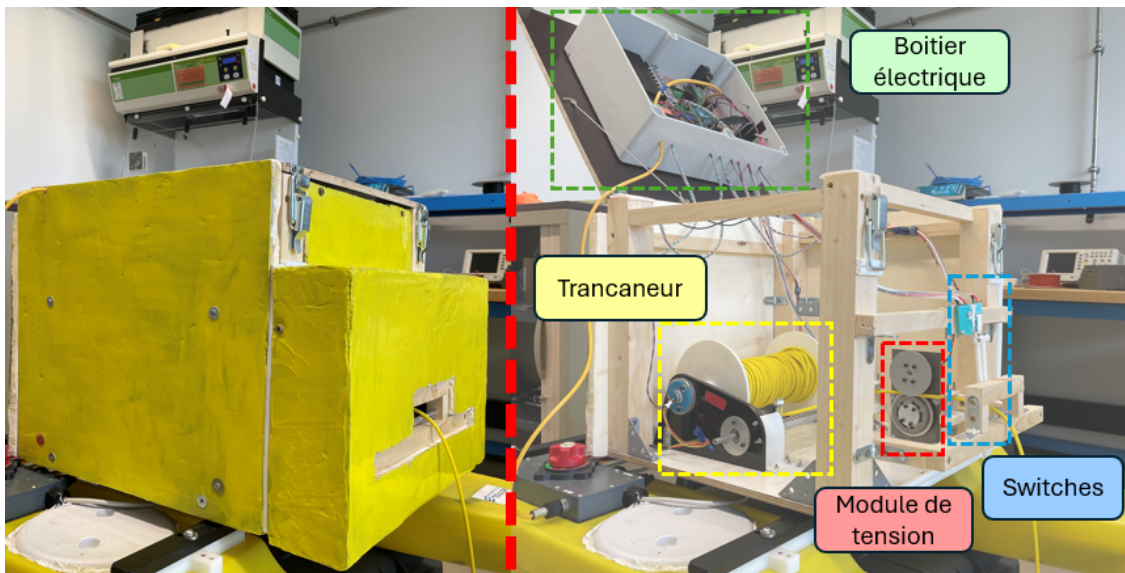


Figure 3.12 – Vue d'ensemble de l'enrouleur fixé sur l'USV, avec (à gauche) et sans (à droite) la boîte étanche.

3.2.1.1 Le module de tension

Le module de tension (voir Fig. 3.13, au centre) a été légèrement modifié afin de s'adapter aux fixations de la boîte étanche. Une plaque de fixation intermédiaire en aluminium a été réalisée sur mesure par pliage, assurant la liaison entre le module et le support principal de la boîte étanche. Les guides en spirale initialement utilisés ont été remplacés par un système de rouleaux, constitués de cylindres fabriqués par impression 3D, intégrant chacun deux roulements à bille. Ces rouleaux sont montés sur une tige filetée, permettant leur rotation libre. Cette solution vise à réduire les frottements lors du guidage de l'ombilical, afin de limiter les surtensions susceptibles de se produire au niveau du système de stockage. Les rouleaux guides, ainsi que le codeur incrémental, sont fixés sur une pièce intermédiaire (en vert sur la Fig. 3.13) également réalisée en fabrication additive. Celle-ci permet d'ajuster l'écartement entre les deux roues dentées au moyen de trous oblongs, offrant ainsi la possibilité de serrer plus ou moins le câble.

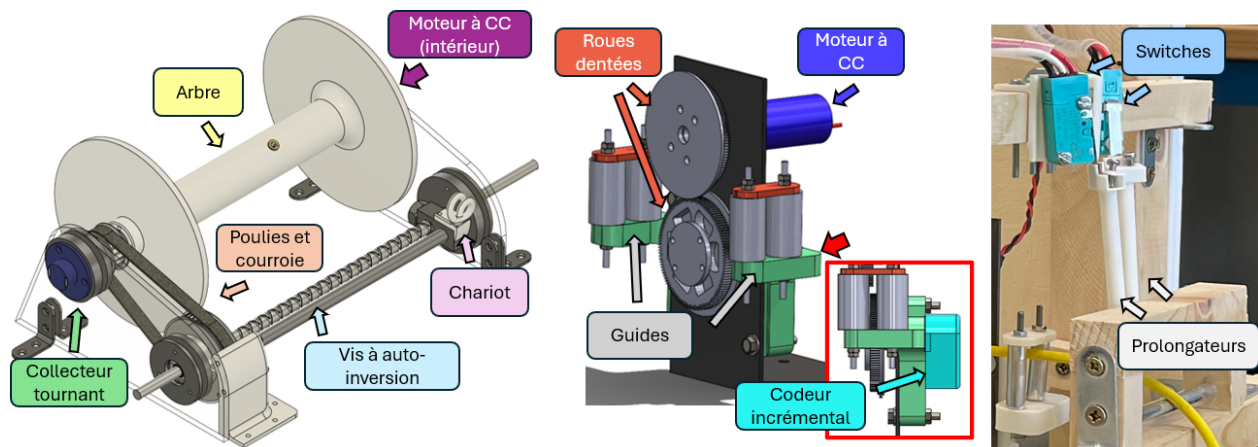


Figure 3.13 – Représentation de la CAO du trancaneur (gauche) et du module de tension adapté (milieu). Photo des switches (droite) montés sur le système réel.

3.2.1.2 Le trancaneur

Le trancaneur (Fig. 3.13 à gauche) est le système qui est chargé de stocker le câble qu'il reçoit du module de tension. Il est composé d'un arbre entraîné de l'intérieur par un moteur à courant continu avec réducteur (identique à celui utilisé dans le module de tension). Un collecteur tournant est placé à l'une de ses extrémités afin de transmettre les données du ROV vers la carte mère de l'USV via le câble. L'arbre entraîne une vis à auto-inversion au moyen d'un système poulies-courroie. Un chariot monté sur cette vis se déplace d'avant en arrière, guidant le câble afin de garantir un enroulement régulier et homogène sur l'arbre lorsque celui-ci tourne dans un seul sens (vidéo disponible sur YouTube <https://youtube.com/shorts/Hh2jwIprxFE>). Les poulies ont été dimensionnées pour obtenir un déplacement linéaire de 5 mm par pas, permettant d'enrouler un câble de diamètre 4 mm sans chevauchement des spires. Ainsi, un arbre de 20 cm de long peut accueillir 40 spires de câble. À titre d'exemple, le rayon minimal d'enroulement étant de 17 mm, la première couche de spires correspond à environ 4,77 m de câble enroulé, tandis que la 10^e en représente environ 9,29 m. Ainsi, un câble de 70 m est enroulé en 10 couches successives autour d'un noyau compact d'un diamètre total de 74 mm. La manière de synchroniser le contrôle du module de tension et de l'enrouleur dans les deux directions sera présentée plus loin dans la Section 3.2.2.

3.2.1.3 Les switches

Afin d'obtenir des informations sur la forme et le comportement du câble à sa sortie, le système est équipé de deux capteurs de type micro-rupteur², ou *switches*, positionnés latéralement à l'entrée du module de tension (voir Fig. 3.13, à droite). Ces capteurs détectent le contact du câble lorsqu'une tension suffisante est appliquée sur celui-ci. Pour améliorer leur

2. <https://fr.rs-online.com/web/p/microrupteurs/6990375>

sensibilité, les switches ont été légèrement inclinés, et des prolongateurs ont été ajoutés sur les leviers, réduisant ainsi la force nécessaire à leur activation. Ils sont agencés de manière à rester en léger contact avec le câble en configuration nominale, et sont déclenchés lorsque celui-ci s'écarte d'environ 20° par rapport à son orientation initiale. Toutefois, le câble étant un corps flexible, l'activation des capteurs n'est possible que lorsqu'il est soumis à une certaine tension. Par conséquent, seules les configurations de câble "tendu" ou "semi-tendu" permettent un fonctionnement opérationnel de cette détection. Les signaux analogiques générés par ces capteurs permettent de déterminer si le câble s'oriente vers la droite ou vers la gauche par rapport à l'USV. Cette information peut alors être exploitée dans le cadre de stratégies de contrôle autonomes, notamment pour ajuster la position de l'USV ou adapter le comportement de l'enrouleur en fonction de la configuration du système.

3.2.1.4 Le boîtier électrique

Un boîtier électrique (voir Fig. 3.14) a été conçu pour assurer le fonctionnement et l'intégration des différents composants du système. Celui-ci est autonome en énergie grâce à l'utilisation d'une batterie *LiPo 4S* d'une capacité de 4500 mAh. La tension fournie par la batterie est stabilisée à 12 V et 5 V via des convertisseurs DC-DC abaisseurs de tension (*Buck converters*), distribués sur différents borniers, incluant un bornier dédié à la masse commune. La carte *Fathom-X* assure la récupération des données transmises par l'ombilical et est connectée à l'USV via une liaison Ethernet. La gestion des commandes et l'acquisition des données sont prises en charge par un microcontrôleur *Arduino Leonardo*, qui communique avec l'USV par une liaison USB.

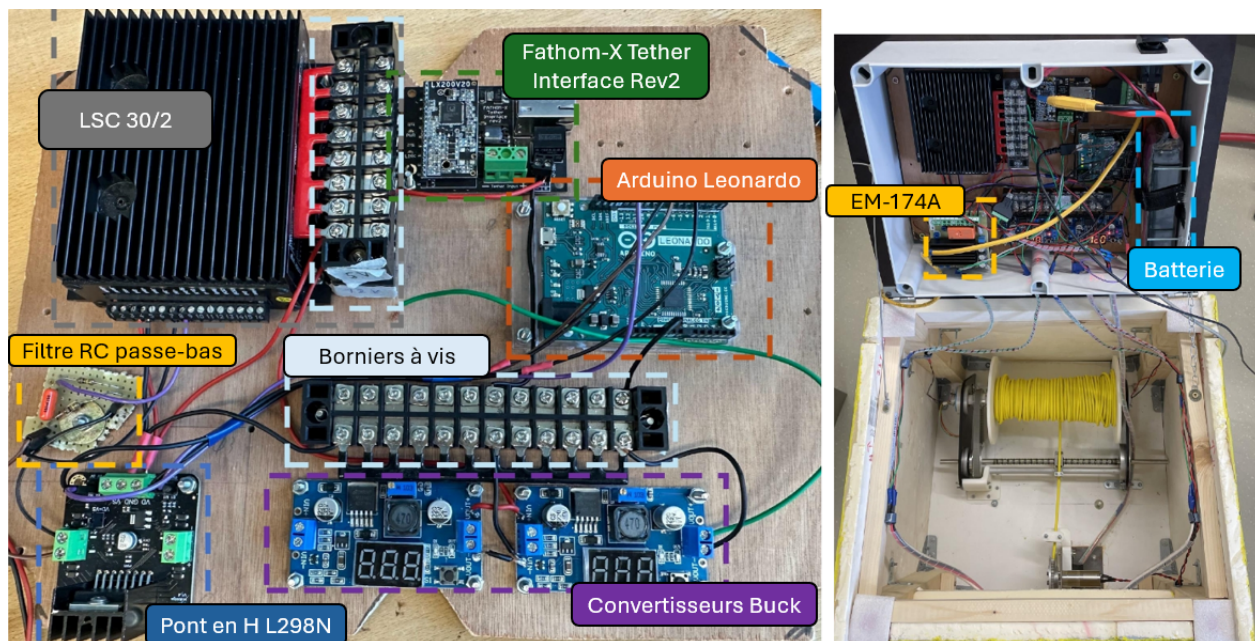


Figure 3.14 – Contenu du boîtier électrique, à plat (gauche) et monté dans la boîte étanche (droite).

Bien que les moteurs à courant continu du module de tension et du trancaneur soient identiques, leur pilotage repose sur deux cartes électroniques distinctes, en raison de leurs fonctions respectives. Le module de tension a pour rôle de délivrer une longueur précise de câble, ce qui justifie l'utilisation d'un régulateur de vitesse. Celui-ci est alimenté par le signal du codeur incrémental et permet un contrôle précis de la vitesse du moteur. Cette régulation est assurée par la carte *EM174A*³, qui fonctionne comme un amplificateur de tension commandé par un signal PWM. Le *trancaneur*, positionné en aval du module de tension, est chargé d'enrouler le câble de manière douce et continue lorsque celui-ci est entraîné. Bien que la vitesse et la longueur de câble délivrées soient connues avec précision, un contrôle direct en vitesse ou en position s'avère difficile à mettre en œuvre, en raison de la variation continue du rayon de la bobine, qui dépend de la quantité de câble enroulée. De plus, une légère tension dans le câble, entre le module de tension et l'enrouleur, est nécessaire pour garantir un rangement ordonné. Dans ce contexte, un pilotage en couple a été privilégié. Il est réalisé à l'aide de la carte *LSC 30/2*⁴, qui permet de fournir au moteur un courant proportionnel à un signal analogique, assurant ainsi un contrôle direct du couple moteur.

La commande PWM nécessaire au fonctionnement du module de tension est directement générée par l'Arduino. En revanche, la carte *LSC 30/2* nécessite un signal analogique continu pour le contrôle en couple. Comme l'Arduino ne dispose pas de sortie analogique vraie, une conversion du signal PWM en une tension continue a été mise en place. La solution retenue repose sur l'utilisation d'un pont en H disponible sur étagère, qui permet d'amplifier le signal PWM émis par l'Arduino (compris entre 0 et 5 V) jusqu'à 12 V. Ce signal amplifié est ensuite filtré par un passe-bas d'ordre 1, constitué d'un circuit RC en série, dont la fonction est de supprimer les composantes haute fréquence pour ne conserver que la valeur moyenne du signal, laquelle constitue alors la consigne analogique de couple. Étant donné que la fréquence du signal PWM est de 500 Hz, une fréquence de coupure inférieure à 50 Hz est suffisante pour assurer un filtrage efficace. En choisissant $R = 10^5 \Omega$ et $C = 10^{-7} \text{ F}$, la fréquence de coupure obtenue (Eq. 3.5) est tout à fait appropriée pour cette application.

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \approx 16,7 \text{ Hz} \quad (3.5)$$

3.2.1.5 La boîte étanche

La boîte étanche a été conçue sur mesure afin de s'adapter aux dimensions de l'USV tout en accueillant l'ensemble du système d'enroulement (voir Fig. 3.15). La photo de gauche présente la structure interne, composée de quatre pieds en tasseau de bois de section 44 mm × 44 mm, fixés sur une plaque de contreplaqué marin de dimensions 420 mm × 400 mm et d'une épaisseur de 10 mm. Une seconde plaque identique est fixée sur la partie supérieure à l'aide de charnières

3. <https://docs.rs-online.com/a026/0900766b806b843e.pdf>

4. https://www.maxongroup.com/medias/sys_master/root/8834315354142/250521-LSC-30-2-Operating-Instructions-En.pdf

et de fermoirs, formant ainsi un couvercle amovible. Des renforts en tasseaux de plus petite section ont été ajoutés pour augmenter la rigidité de l'ensemble. Le *trancaneur* est installé à l'arrière de la structure, tandis qu'un espace libre est laissé entre ce dernier et le module de tension, permettant de maintenir une portion droite de câble, comme visible sur la Fig. 3.14 (partie droite). Cette configuration assure un guidage fluide tout en préservant l'intégrité mécanique du câble. Les *switches* de détection sont fixés sur la face avant de la structure (plus visibles sur les Fig. 3.12 et 3.13). Enfin, une ouverture rectangulaire de 20 cm de long sur 4 cm de haut a été découpée dans la paroi avant, afin de permettre le passage du câble vers l'extérieur.

Les photos centrales illustrent les différentes étapes de fabrication des plaques de mousse utilisées pour étanchéifier le système, afin qu'il soit résistant à l'environnement marin. Dans un premier temps, les plaques de mousse ont été découpées aux dimensions adéquates, puis recouvertes de résine époxy et de fibre de verre pour assurer leur rigidité et leur imperméabilité (photo du haut). Une fois cette couche de protection durcie, un enduit de rebouchage a été appliqué afin de régulariser la surface, puis soigneusement poncé pour obtenir un fini homogène (photo du bas). Enfin, une peinture marine de couleur jaune a été appliquée afin de protéger la surface extérieure contre l'humidité et les agressions chimiques liées à l'exposition prolongée à l'eau de mer. Les plaques ainsi préparées ont été fixées à la structure en bois à l'aide de vis, et un joint d'étanchéité de type *fenêtre* a été inséré sur le pourtour afin de limiter les infiltrations d'eau par les arêtes de contact. Le résultat est visible sur la photo de droite, ainsi que sur la Fig. 3.12.



Figure 3.15 – Photographies de la structure en bois supportant la solution, aux différentes étapes de la fabrication de l'armature étanche en mousse : avant (gauche), pendant (centre) et après (droite).

3.2.2 Solution développée - partie commande

3.2.2.1 Commande en boucle ouverte du module de tension avec trancaneur

Afin de caractériser le comportement dynamique de l'enrouleur en conditions réelles, une série d'expériences a été menée. Ces expériences permettent d'obtenir un comportement moyen du système, en tenant compte de l'interaction entre le module de tension et le trancaneur, aussi bien lors des phases d'enroulement que de déroulement du câble. Dans chaque essai, le moteur à courant continu du module de tension est commandé en boucle ouverte par un signal PWM de consigne, tandis que la vitesse effective du câble est mesurée à l'aide du codeur incrémental. Par convention, les valeurs positives du signal PWM et de la vitesse mesurée correspondent à un déroulement de câble, tandis que des valeurs négatives indiquent un enroulement. Le trancaneur est piloté en couple afin de compenser les frottements mécaniques passifs présents dans le système. En phase de déroulement, une faible consigne en couple permet au câble de rester légèrement détendu, facilitant ainsi les opérations du module de tension sans à-coups. Lors de l'enroulement, le couple appliqué a été ajusté expérimentalement pour maintenir une tension constante sur le câble, suffisante pour garantir un rangement ordonné, mais sans excès susceptible d'endommager l'ombilical. Les données expérimentales obtenues ont permis de modéliser la relation entre la commande PWM et la vitesse du câble à l'aide de régressions linéaires simples. Des modèles polynomiaux du premier ordre ont ainsi été ajustés séparément pour les phases de libération et d'enroulement, à l'aide de la méthode des moindres carrés (voir Fig. 3.16).

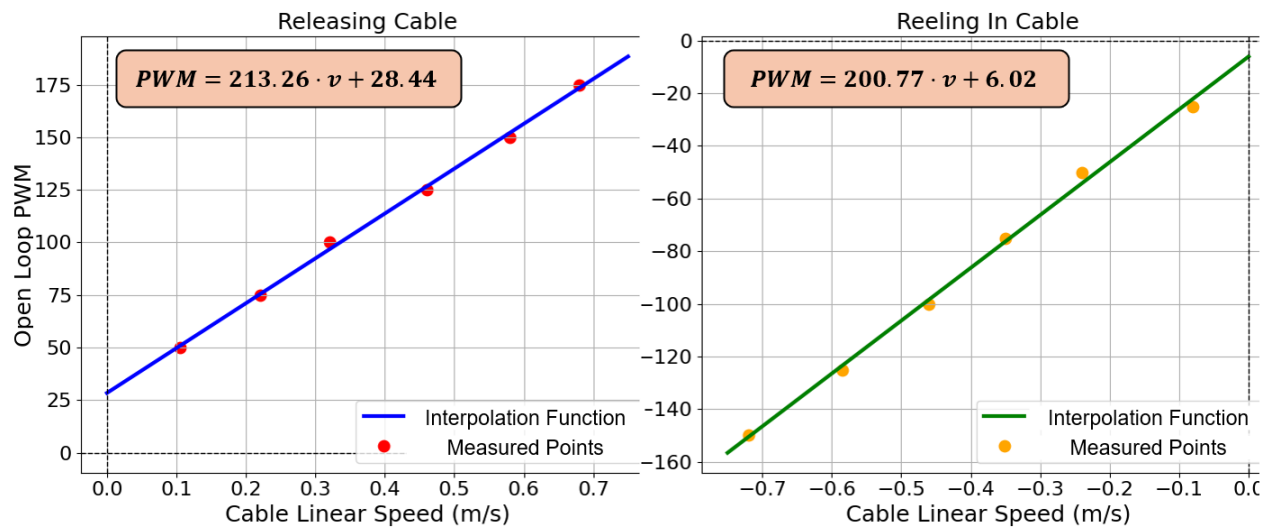


Figure 3.16 – Comportement en boucle ouverte de l'enrouleur lors de phases de déroulement (gauche) et d'enroulement (droite).

Sous-système	Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Moteur CC	Résistance	R	1.02	Ω
	Inductance	L	5.76×10^{-5}	H
	Inertie du rotor	J_m	5.05×10^{-7}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
	Constante de couple	k_c	9.18×10^{-3}	$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$
	Constante de f.e.m.	k_e	9.18×10^{-3}	$\text{V} \cdot \text{s}$
Réducteur	Rapport de réduction	r_g	1/21	—
	Inertie	J_g	5.01×10^{-8}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
	Rendement	η_g	0.81	—
Pignon	Rayon	R_p	25.85×10^{-3}	m
	Masse	m_p	0.075	kg
	Coefficient de frottement visqueux	b_p	—	$\text{N} \cdot \text{m}/(\text{rad/s})$

Tableau 3.2 – Paramètres de modélisation du module de tension

Une expérience a été menée afin d'ajuster les gains du régulateur PID de l'asservissement en vitesse, tant pour les phases d'enroulement que de déroulement du câble (Fig. 3.18). Plusieurs consignes de vitesse linéaires en échelon ont été appliquées lors des tests, permettant d'ajuster les gains en fonction du comportement observé. Pour la phase de déroulement, les gains ont été identifiés comme $K_p = 10$, $K_i = 1.5$ et $K_d = 1$, tandis qu'un simple contrôleur PI suffisait pour l'enroulement, avec $K_p = 5$ et $K_i = 0.5$.

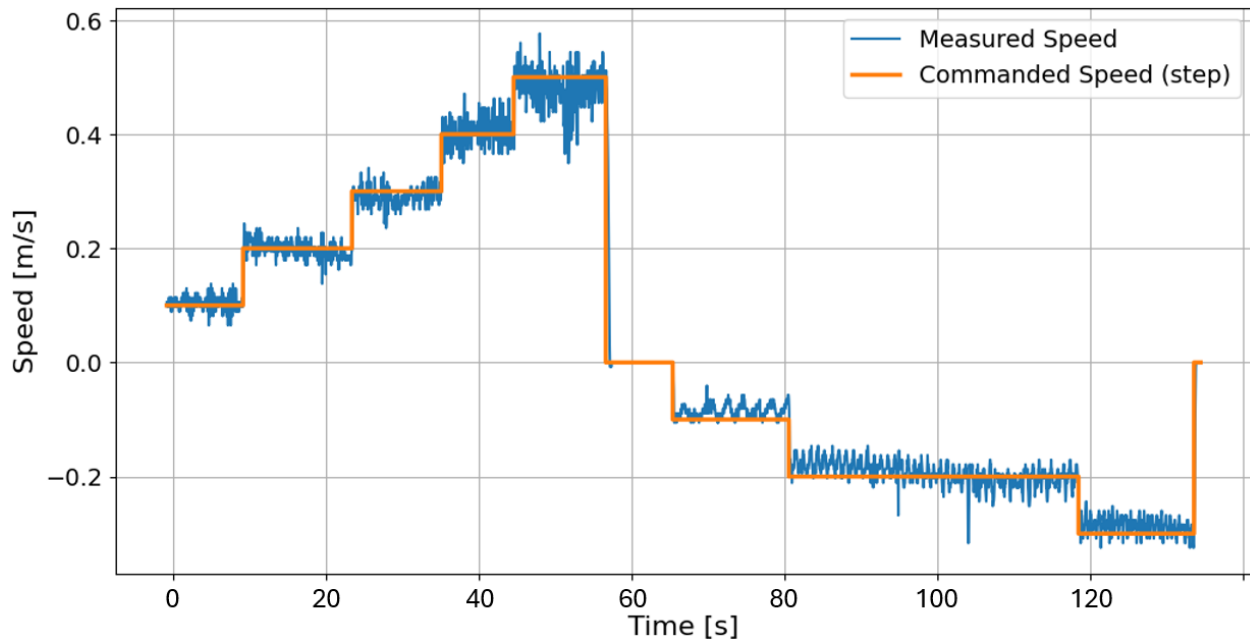


Figure 3.18 – Réponses à des consignes en échelon de vitesses linéaires : 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 m/s (déroulement) et -0.1, -0.2, -0.3 m/s (enroulement)

3.2.2.3 Asservissement à l'*interbuoy distance* de l'enrouleur

Étant donné que le signal d'*interbuoy distance* provenant du système en V reflète le besoin d'enrouler ou de dérouler du câble, une stratégie de commande dédiée a été mise en œuvre (Fig. 3.19). Un contrôleur PD (Proportionnel-Dérivé) a été choisi à cette fin. Le terme dérivé a été introduit pour assurer un comportement rapide et réactif du système, lui permettant de répondre efficacement aux variations d'ouverture du V et de maintenir une configuration semi-tendue du câble. Les gains proportionnel et dérivé ont été réglés expérimentalement et se sont révélés efficaces pour les opérations d'enroulement comme de déroulement, en utilisant les mêmes valeurs : $K_p = 2.0$ et $K_d = 1.0$. Un module *Speed Limiter and Safety* a également été développé pour garantir un fonctionnement dans la plage autorisée de vitesses de l'enrouleur et éviter au système d'essayer d'enrouler le système en V.

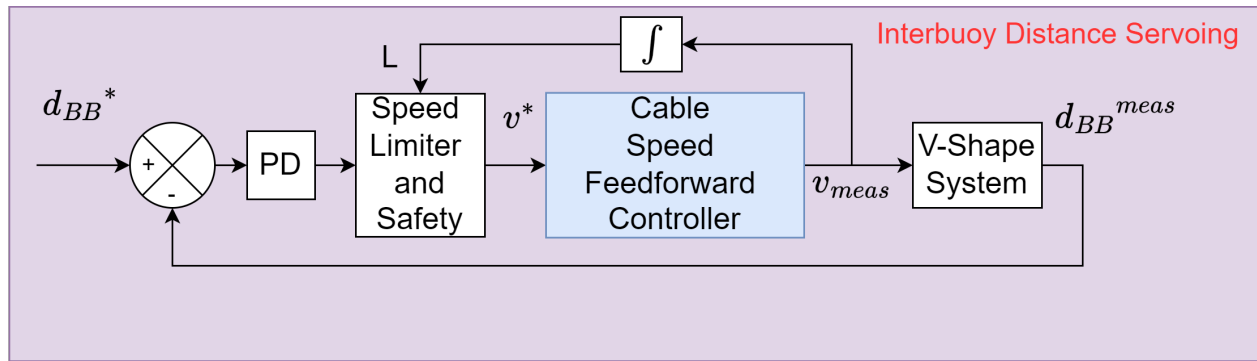


Figure 3.19 – Schéma de l'asservissement à l'*interbuoy distance* de l'enrouleur

3.2.2.4 Protocole de communication de l'enrouleur

La carte *Arduino Leonardo* intégrée à l'enrouleur est directement connectée aux capteurs et actionneurs du système, ce qui lui permet d'envoyer des signaux PWM aux deux moteurs, d'acquérir la position angulaire à partir du codeur incrémental, et de lire l'état des deux switches au cours du temps grâce à code embarqué bas niveau. L'algorithme d'asservissement en vitesse, décrit en Section 3.2.2.2, est également implémenté localement, l'Arduino disposant directement des mesures nécessaires à son exécution. La communication entre l'Arduino et l'USV repose sur une liaison série via un port USB étanche. Dans cette configuration, un protocole de messagerie bidirectionnel a été mis en place, basé sur des chaînes de caractères structurées selon le format suivant : "mot_cle:donnee". Chaque message comprend un mot-clé identifiant la nature de l'information transmise, suivi de la donnée elle-même, les deux éléments étant séparés par un caractère prédéfini, ici " : ". Un algorithme de traitement des chaînes de caractères est exécuté à la réception de chaque message afin de décomposer dynamiquement les commandes ou les mesures reçues et d'en extraire les contenus utiles. Le protocole de communication série mis en place est résumé dans la Fig. 3.20. Il est important de noter que la stratégie d'asservissement basée sur l'*interbuoy distance*, présentée en Section 3.2.2.3, n'est

pas directement implémentée sur la carte *Arduino*. En effet, cette stratégie repose sur une mesure de l'*interbuoy distance* qui n'est pas directement accessible dans l'enrouleur. Le calcul de la correction est donc délégué à un algorithme externe, qui transmet ensuite une consigne de vitesse appropriée à la carte *Arduino*, laquelle pilote localement le module de tension via son algorithme d'asservissement en vitesse.

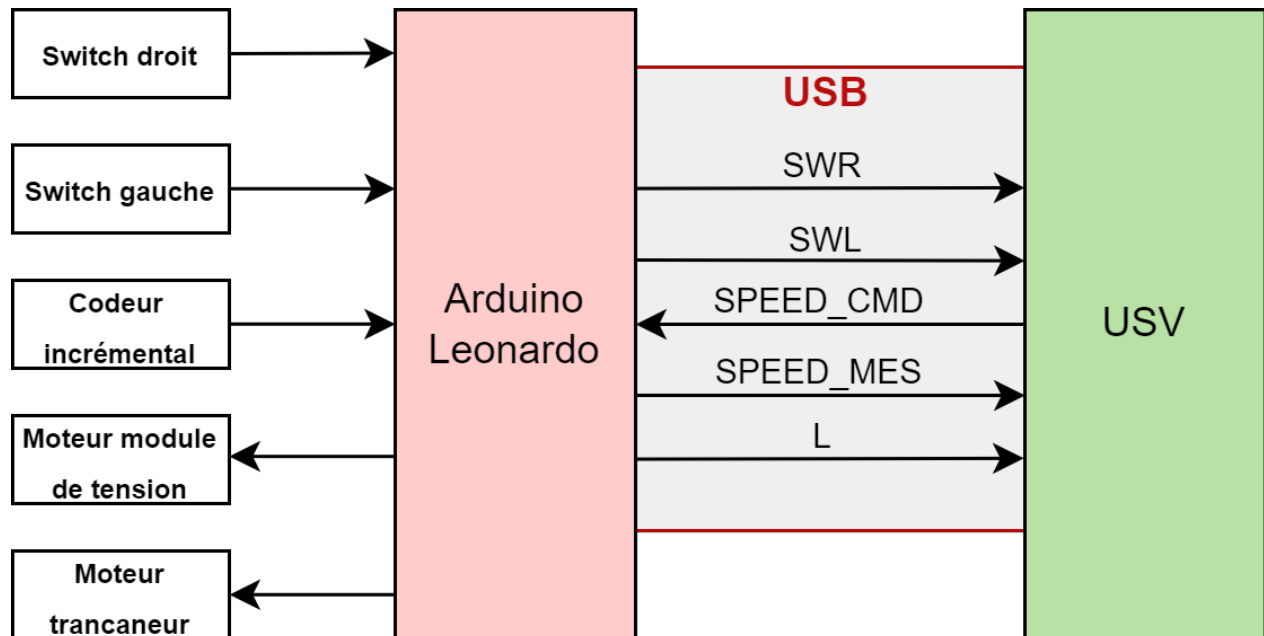


Figure 3.20 – Schéma du protocole de communication entre la carte *Arduino* et l'USV. SWR : variable booléenne transmise lors d'un front montant ou descendant détecté sur le switch droit. SWL : même nature que SWR, associée au switch gauche. SPEED_CMD : valeur flottante correspondant à la consigne de vitesse de l'asservissement local ; positive pour le déroulement, négative pour l'enroulement. SPEED_MES : valeur flottante représentant la vitesse mesurée par le codeur incrémental. L : valeur flottante indiquant la variation de la longueur de câble depuis le démarrage du système.

3.3 Interface Homme-Machine du système

Afin de piloter de manière centralisée l'ensemble du système ROV/USV/enrouleur/système en V (*V-shape*), dans lequel les flux de données et les lois de commande sont étroitement couplés, une Interface Homme-Machine (IHM) dédiée a été développée. Celle-ci constitue un point unique de contrôle et de supervision pour les quatre sous-systèmes. L'IHM est implémentée sous la forme de nœuds ROS2, dont le nœud principal `/hmi/main` est exécuté en python3 sur l'ordinateur de l'opérateur. Ce nœud assure la communication avec les différents nœuds de pilotage de chacun des sous-systèmes présentés précédemment, ainsi qu'avec les périphériques de commande (notamment les nœuds `/joystick`). Il centralise l'ensemble des données essentielles au fonctionnement du système et les rend accessibles via une interface graphique utilisateur dédiée.

3.3.1 Architecture ROS2

La Fig. 3.21 illustre une vue simplifiée de l'architecture ROS2 implémentée au sein de l'IHM. Une version plus détaillée de cette architecture est présentée en Annexe 6.6, Fig. 6.14. Chaque sous-système est géré par un nœud central - `/usv/main`, `/rov/main`, `/v-shape/main` et `/winch/main` — exécuté sur le poste de contrôle de l'opérateur. Les données brutes issues des capteurs et actionneurs de chaque sous-système sont transmises à cet ordinateur via des liaisons UDP ou série, puis publiées sur des *topics* ROS2 par des nœuds de pilotage dédiés, assurant l'acheminement des données de manière efficace. Le nœud central de supervision `/hmi/main` publie et s'abonne aux différents topics qui commencent par :

- `/usv/...` pour la télémétrie et les commandes de l'USV,
- `/rov/...` pour la télémétrie et les commandes du ROV,
- `/v-shape/...` pour les données brutes des IMU et les métriques d'intérêts (comme l'*interbuoy distance*),
- `/winch/...` pour la longueur de câble, les vitesses linéaires désirée et mesurée, ainsi que l'état des interrupteurs,
- `/joystick/...` pour la commande manuelle et la sélection des modes.

En complément, l'IHM héberge plusieurs nœuds de traitement internes, invisibles pour l'utilisateur mais essentiels au bon fonctionnement du système. Ces nœuds assurent des opérations clés telles que l'interprétation de données capteurs - par exemple : mesures de pression en estimations de profondeur - ou la fusion de données - par exemple : filtre de Madgwick sur les données des IMUs des robots pour obtenir une estimation de cap plus fiable. Ils assurent également des fonctions de surveillance, comme la conversion des mesures de tension des batteries en pourcentages d'autonomie afin de suivre l'état énergétique du système, ou la détection d'infiltration d'eau. L'IHM gère également la configuration complète des joysticks, notamment la compensation des zones mortes des propulseurs, améliorant ainsi

la précision du contrôle manuel des robots. D'autres fonctionnalités essentielles sont prises en charge par l'IHM, comme le maintien de cap, le maintien de profondeur, l'exécution de loi de commande en boucle ouverte associée à un robot, ou divers modes de stabilisation pour l'USV et le ROV. Elle permet également la calibration des IMUs utilisées dans le système en V. Enfin, l'IHM intègre l'interface logicielle de communication avec l'enrouleur, comme illustré à la Fig. 3.20.

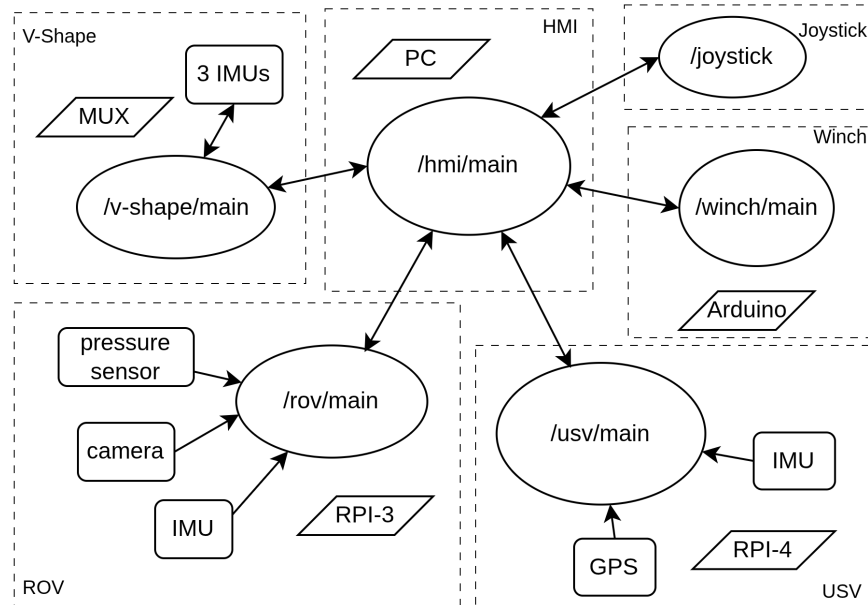


Figure 3.21 – Architecture ROS 2 simplifiée de l'IHM : le nœud central /hmi/main communique avec les nœuds de chaque sous-système (/usv/main, /rov/main, /v-shape/main, /winch/main) ainsi qu'avec l'interface /joystick.

3.3.2 Interface Graphique Utilisateur (GUI)

Reposant sur cette architecture unifiée, l'interface graphique utilisateur (GUI) permet à l'opérateur d'interagir efficacement avec le système à travers des actions en un clic, un retour d'information en temps réel, et des outils de capture de données intégrés. Développée avec PyQt5, l'interface (Fig. 3.22) est structurée autour de cinq onglets principaux : **Info**, **USV**, **ROV**, **Winch** et **IMU V-shape**.

L'onglet **Info** offre une vue d'ensemble des modes de fonctionnement de l'ensemble du système et des données principales de chaque sous-système. Des fonctionnalités de sécurité sont également intégrées, telles que l'armement et le désarmement des robots, ou l'enregistrement de flux de données paramétrable, permettant une analyse ultérieure plus approfondie. Enfin, il permet à l'opérateur d'associer chaque joystick à un robot (jusqu'à deux simultanément pour l'instant) en cas de nécessité de pilotage manuel.

Les onglets **USV** et **ROV** offrent à l'opérateur un accès détaillé aux données issues des capteurs et actionneurs des robots correspondants. Ils permettent la sélection du mode de

fonctionnement — manuel ou parmi un ensemble de comportements autonomes prédéfinis — ainsi que l’activation de diverses fonctionnalités de navigation, telles que le maintien de cap, la stabilisation ou le contrôle en profondeur, à l’aide de cases à cocher dédiées. Ces onglets incluent également des zones destinées aux développeurs pour ajuster les paramètres de commande, tels que les gains PID, lors des phases expérimentales. Enfin, pour des raisons de sécurité opérationnelle, l’opérateur dispose de commandes d’arrêt d’urgence ou de redémarrage à distance (via SSH) pour chaque sous-système.

L’onglet **Winch** (enrouleur) permet à l’opérateur d’établir la connexion avec l’enrouleur (voir Fig. 3.20). Il offre la possibilité de sélectionner le mode de commande de l’enrouleur, soit en mode manuel (contrôle en vitesse ou en longueur), soit en mode autonome basé sur l’*interbuoy distance*.

Enfin, l’onglet **IMU V-shape** gère la connexion avec le système en V, initiée via une connexion SSH avec le Raspberry Pi 3B+ embarqué sur le ROV, afin d’accéder aux IMU via le bus I²C. Après une phase de calibration de 5 s, le flux de données est transmis au PC via UDP. Cet onglet affiche également l’*interbuoy distance* ainsi que l’état de la connexion et permet également un redémarrage à distance.

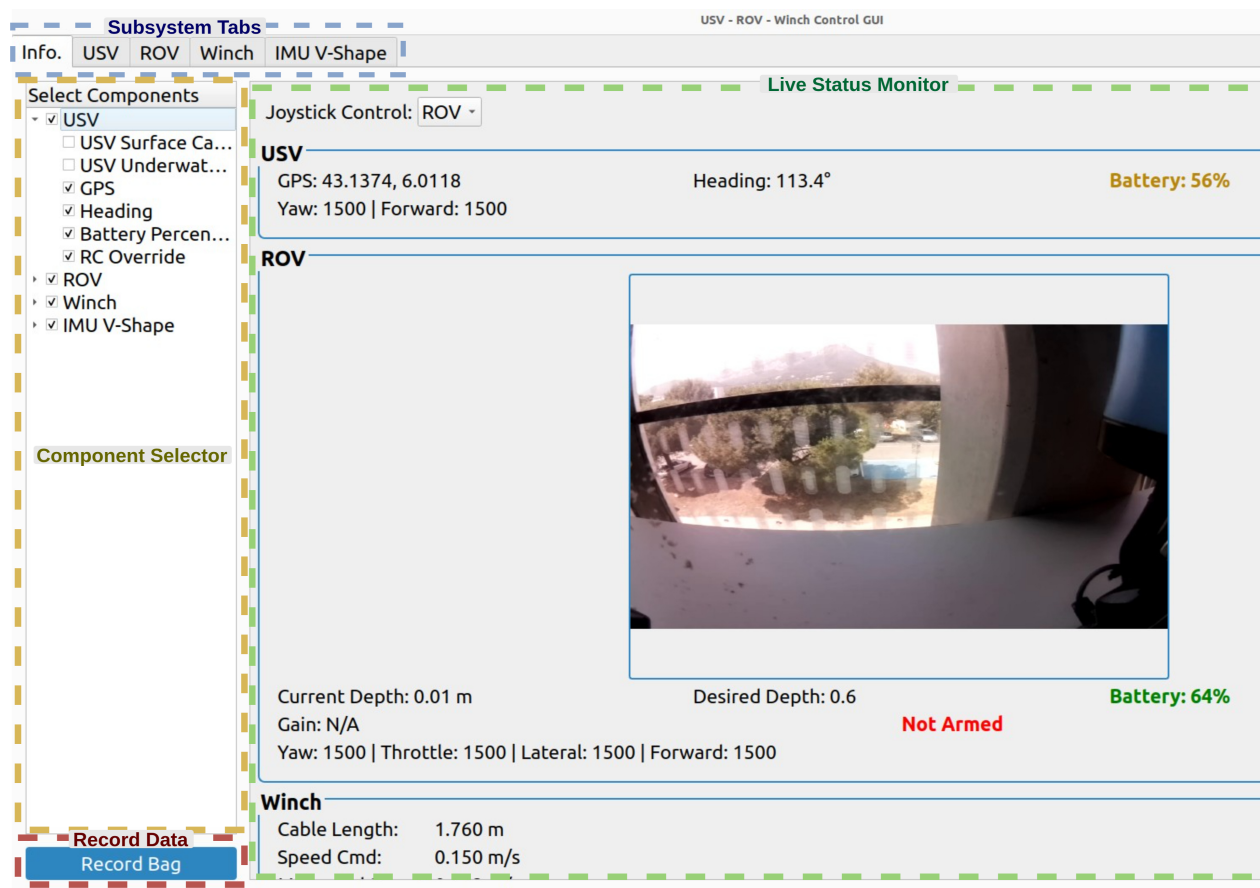


Figure 3.22 – Aperçu de la GUI : onglets des sous-systèmes (bleu), moniteur d’état en temps réel (vert), sélecteur de composants (jaune), bouton d’enregistrement (rouge).

3.4 Conclusion du chapitre

Ce chapitre a présenté la conception d’une solution de gestion automatisée de l’ombilical dédiée au système ROV/USV. Cette solution repose sur deux sous-systèmes complémentaires : le système en V et l’enrouleur intelligent. Le système en V, positionné sur le câble à proximité du ROV, agit comme un amortisseur passif visant à limiter les perturbations transmises au robot. Son instrumentation permet également de détecter la nécessité d’ajuster la longueur de câble, afin d’éviter des configurations trop tendues ou trop lâches. L’enrouleur intelligent, installé sur l’USV, s’appuie sur ces informations pour délivrer dynamiquement la longueur de câble adéquate tout en assurant un stockage compact et ordonné. Une étude préliminaire, conduite à l’aide du simulateur de mission ROV/USV, a permis de valider la pertinence du remplacement du capteur de courbure du système en V par un réseau d’IMUs. Contrairement au capteur de courbure, dont la mesure repose sur des déformations mécaniques compromettant son étanchéité à long terme, une IMU s’appuie sur des mesures d’accélération linéaires, de vitesses angulaires et de champs magnétiques, permettant son intégration dans un système d’étanchéité statique plus résistante à l’usure et au vieillissement. Cette approche a ensuite été implémentée sur le système réel, puis validée expérimentalement.

La conception mécatronique et la commande de l’enrouleur intelligent ont ensuite été détaillées. Celui-ci repose sur l’association d’un *module de tension*, chargé de faire transiter le câble via le pincement entre deux roues dentées, et d’un *trancaneur*, assurant le stockage organisé du câble sur l’USV. Le système est entièrement autonome et est intégré au sein d’une structure étanche, construite principalement en contreplaqué marin, bois et mousse. Des micro-interrupteurs ont également été ajoutés sur ce boîtier pour fournir une indication sur la direction du départ du câble depuis l’USV. La stratégie de commande de l’enrouleur repose sur une structure à deux boucles d’asservissement successives. La première boucle agit sur l’*interbuoy distance* mesurée par le système en V, laquelle reflète directement la nécessité de délivrer plus ou moins de câble, utilisant un correcteur PD afin de générer une consigne de vitesse linéaire de déploiement de câble. La seconde boucle agit sur la vitesse linéaire réelle du câble en sortie de l’enrouleur, mesurée à l’aide d’un codeur incrémental. La commande mise en place pour la vitesse du moteur du *module de tension* repose sur l’association d’une régulation par anticipation (*feedforward*) et d’un correcteur PID. Alors que la partie *feedforward* vise à fournir au moteur le signal théorique qu’il nécessiterait pour suivre la consigne, l’ajout d’un correcteur PID permet de compenser les écarts de comportement pouvant être causés par des perturbations extérieures. Le *trancaneur* est piloté en couple afin de compenser les frottements mécaniques passifs présents dans le système et de maintenir le câble légèrement tendu au sein du boîtier, facilitant son stockage ordonné. Les performances de cette structure de commande seront évaluées dans la section suivante, qui porte sur l’aspect expérimental de cette thèse.

La mise en place de ces mesures d’instrumentation réparties (*IMUs* immergées, *switches*

pour le départ de câble en surface) et la conception mécatronique d'une solution dédiée (solution d'enroulement de câble en surface, système compliant "en V" immergé) vont servir à contrôler le comportement du câble en le maintenant dans une configuration dite "semi-tendue" et à indiquer sa configuration par rapport aux engins et principalement l'USV (direction azimutale). Le chapitre suivant exploite ces caractéristiques pour générer des modes de commande coordonnés de la solution ROV/USV.

Chapitre 4

Stratégies de suivi multi-robots et de localisation relative

Table des matières

4.1	Dispositif expérimental	96
4.2	Comportement semi-tendu du système en V	99
4.2.1	Maintien de la configuration semi-tendue	99
4.2.2	Détection de la direction du départ de câble	102
4.3	Modes de suivi du ROV	106
4.3.1	Contrôle manuel de l'USV	106
4.3.2	Contrôle autonome de l'USV	108
4.3.3	Limitations des modes de suivi et discussions	114
4.4	Stratégies de localisation relative	115
4.4.1	Formulation mathématique et hypothèses	115
4.4.2	Validation expérimentale	117
4.4.3	Stratégie d'affinement de l'estimation angulaire	118
4.5	Conclusion du chapitre	120

4.1 Dispositif expérimental

Le ROV utilisé lors de ces expériences est un *BlueROV2 Heavy*¹, une version renforcée du modèle standard, équipée de huit propulseurs T200 configurés pour permettre un contrôle dynamique et indépendant sur chacun de ses six degrés de liberté. Il embarque également plusieurs capteurs, tels qu'une IMU, un capteur de pression et un sonar monofaisceau². Son architecture logicielle repose sur le firmware *ArduSub* pour l'asservissement des mouvements et la gestion des capteurs embarqués, tandis que son pilotage est assuré depuis l'IHM via des nœuds ROS2 développés en Python 3. L'USV, sur lequel est installé l'enrouleur, repose sur la plateforme *HyDrone*³ et a été construit sur mesure spécifiquement pour ce projet, en collaboration avec un partenaire industriel basé à Toulon. Son architecture logicielle, reposant également sur le firmware *ArduPilot* et des nœuds ROS2, est similaire à celle du ROV. Il est propulsé par deux propulseurs T200, pour une masse d'environ 15 kg, et présente des dimensions de 115 cm de long, 75 cm de large et 55 cm de haut (enrouleur inclus). Il embarque deux modules GPS, permettant d'améliorer la robustesse de la mesure de position et d'orientation en surface. Il est également prévu que l'USV soit équipé d'une caméra de surface et d'une caméra sous-marine, montée sur un système dépliable. La masse totale de l'enrouleur est d'environ 10 kg, dont approximativement 650 g correspondent à la masse du câble entièrement enroulé. Les deux robots sont reliés par un câble Fathom de 50 m de long à flottabilité neutre, constitué d'une seule paire torsadée⁴, sur lequel est installé le système en V. L'ensemble des sous-systèmes est interconnecté via un réseau local filaire à l'aide d'un switch Ethernet⁵, tandis que la communication avec l'opérateur est assurée par une antenne Wi-Fi montée sur l'USV, offrant une portée d'environ 1 km.



Figure 4.1 – Photos des robots utilisés dans cette thèse : ROV (gauche) et USV sans l'enrouleur (droite)

1. <https://bluerobotics.com/store/rov/bluerov2-upgrade-kits/brov2-heavy-retrofit/>

2. <https://bluerobotics.com/store/sonars/echosounders/ping-sonar-r2-rp/>

3. <https://www.seafloorssystems.com/hydrone>

4. <https://bluerobotics.com/store/cables-connectors/cables/fathom-rov-tether-by-the-meter/>

5. <https://bluerobotics.com/store/comm-control-power/tether-interface/ethswitch/>

Les expérimentations ont été menées dans quatre environnements distincts, illustrés en Fig. 4.2. L'environnement 1 est une piscine circulaire d'un diamètre de 4 m et d'une profondeur de 1.25 m, facilement accessible car elle est de propriété privée. L'environnement 2 est un bassin à houle situé dans les locaux de l'Université de Toulon, mesurant 10 m de long, 2.4 m de large et 1.15 m de profondeur. L'environnement 3 est une piscine rectangulaire de 8 m $\times$ 4 m, avec une profondeur de 1.6 m, également de propriété privée. Enfin, l'environnement 4 est une piscine municipale⁶ de dimensions 25 m $\times$ 10 m, avec une profondeur maximale de 2.8 m.



Figure 4.2 – Différents environnements d'expérimentation.

Lors de chaque campagne d'expérimentation, plusieurs caméras ont été positionnées autour des bassins afin de documenter les essais par enregistrement vidéo (voir Fig. 4.3). La caméra 1 est une webcam montée sur trépied, utilisée pour filmer les déplacements des robots depuis la surface. La caméra 2 est une caméra *exploreHD*⁷ de la marque *DeepWater Exploration*, spécifiquement conçue pour une utilisation sous-marine. Elle permet une observation précise du comportement du ROV, du câble et du système en V. La caméra 3, de type *Insta360*, offre une vue panoramique à 360° sans angle mort. Fixée à une perche, elle permet de capturer une vue plongeante verticale sans se soucier de l'inclinaison de la caméra. Alors que la caméra *Insta360* fonctionne de manière autonome grâce à une alimentation sur batterie et un enregistrement interne, les caméras 1 et 2 nécessitent une connexion à un ordinateur pour leur alimentation et l'enregistrement des flux vidéo. En complément, l'usage ponctuel de smartphones a permis de capturer des points de vue supplémentaires.

6. https://www.guide-piscine.fr/var/piscine-leo-lagrange-a-toulon-324_P

7. <https://docs.dwe.ai/hardware/general-vision/exploreHD>

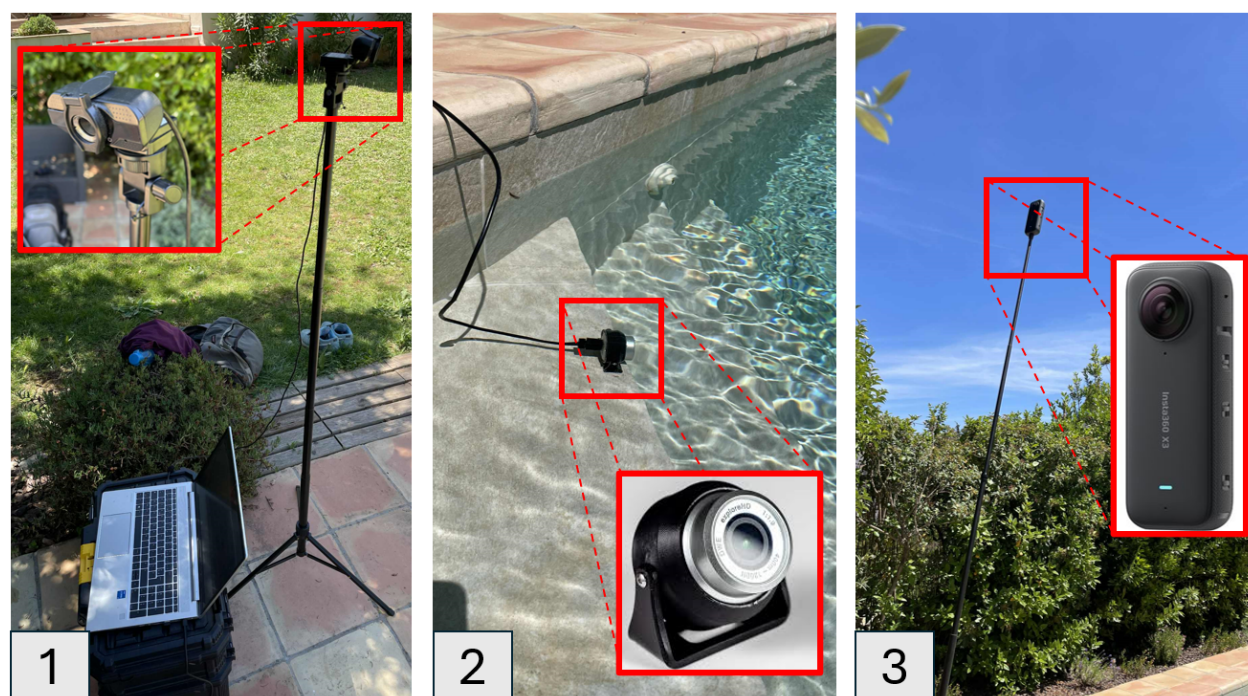


Figure 4.3 – Dispositif d’acquisition vidéo mis en place autour des bassins.

4.2 Comportement semi-tendu du système en V

4.2.1 Maintien de la configuration semi-tendue

Afin de valider la capacité de l'enrouleur à maintenir une configuration semi-tendue du câble, plusieurs expérimentations ont été menées en reproduisant deux types de trajectoires de ROV, testées en simulation en Section 3.1.1. La première est le *Round-Trip*, qui consiste en une translation vers l'avant (*surge* positif), suivie d'un arrêt temporaire, puis d'un mouvement de recul (*surge* négatif). La seconde, dite *C-turn*, combine une translation avant (*surge* positif) avec une rotation en lacet (*yaw*), décrivant ainsi une trajectoire courbe en forme de C. L'enrouleur est positionné sur le bord du bassin et est asservi à l'*interbuoy distance* du système en V, tel que décrit dans la section 3.2.2.3, dont les gains du contrôleur PD ont été déterminés par réglages expérimentaux. Dans les deux expériences, les consignes de déplacement du ROV ont été générées manuellement par le pilote via la manette. Les Fig. 4.4 et 4.5 présentent les résultats obtenus respectivement pour les expérimentations *Round-Trip* et *C-turn*, dont les vidéos d'expériences sont disponibles dans les légendes des figures correspondantes. Comme illustré dans les vidéos, ce réglage de gains permet de maintenir une portion de câble entre le système en V et l'USV sans longueur excessive, et ce malgré la présence d'une boucle initiale dans le câble.

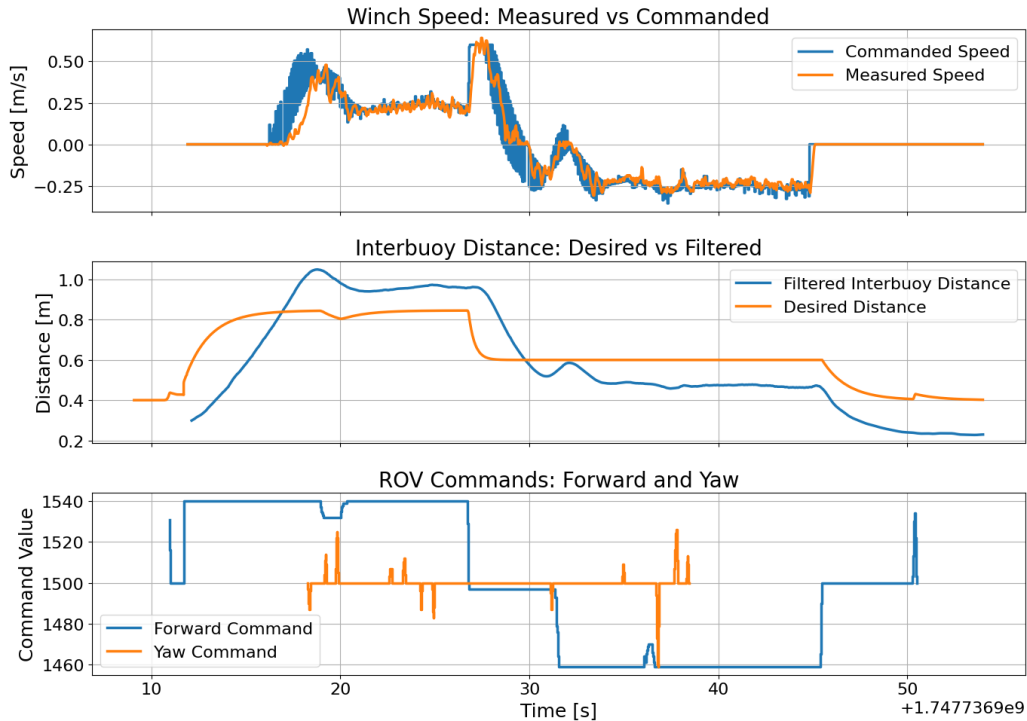


Figure 4.4 – Expérimentation *Round-Trip*. Haut : consigne de vitesse d'enrouleur (bleu) vs. vitesse mesurée (orange). Milieu : *interbuoy distance* désirée (orange) vs. *interbuoy distance* mesurée filtrée (bleu). Bas : commandes FORWARD et YAW du ROV. Vidéo disponible sur YouTube (juin 2025) <https://youtu.be/tfrkL6X7q0o>.

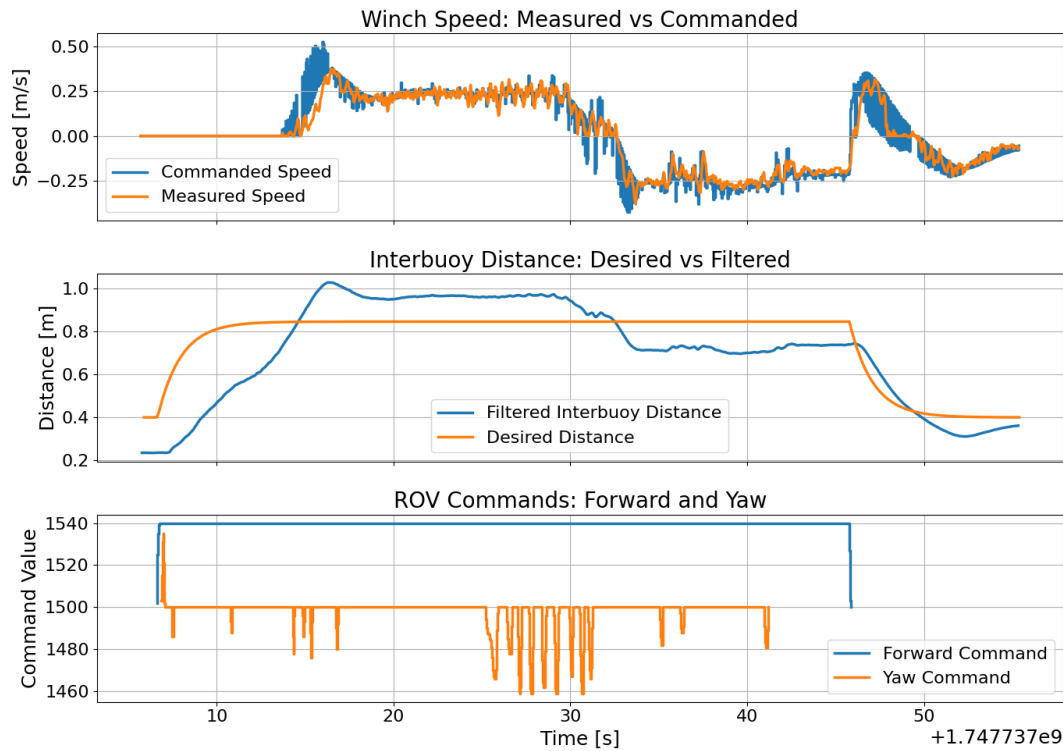


Figure 4.5 – Expérimentation *C-turn*. Même disposition que la Fig. 4.4. Vidéo disponible sur YouTube (juin 2025) <https://youtu.be/MqwHu8fHHkA>

De ce fait, le robot parvient à évoluer sans être perturbé tout au long de sa trajectoire, que ce soit en ligne droite ou en virage. De plus, le système en V conserve un alignement stable avec la direction de déplacement de l’USV, contrairement à la version précédente, qui présentait une courbure marquée lors des virages — un comportement observable dans la vidéo disponible en ligne⁸. Ce nouveau comportement est préférable dans la mesure où il minimise l’encombrement du câble dans l’environnement, contribuant ainsi à améliorer la fiabilité et la sécurité globale du système. Enfin, cela ouvre la voie au développement de stratégies de localisation basées sur la configuration géométrique du câble, rendue plus fiable grâce à sa stabilité et sa tenue en dynamique.

Une expérience supplémentaire a été menée pour évaluer la capacité de la configuration semi-tendue à réduire le risque d’emmêlement du câble avec lui-même. Dans ce test, le ROV a été piloté manuellement avec l’objectif précis de tenter d’emmêler le câble sur lui-même et de former un nœud, pendant que l’USV a été laissé non-actionné. Deux essais ont été réalisés : un avec l’enrouleur asservi à l’*interbuoy distance*, et un autre avec l’enrouleur inactif, mais avec une longueur de câble significative (environ 5 m) volontairement déroulée au préalable. La Fig. 4.6 illustre les différents points de vue vidéo capturés lors de l’une des expériences. Les liens vers les vidéos correspondantes sont fournis dans la légende de la figure.

Quand l’enrouleur n’est pas contrôlé, le ROV peut se retrouver dans des configurations qui

8. <https://www.youtube.com/watch?v=fy-JTc8PvIY>

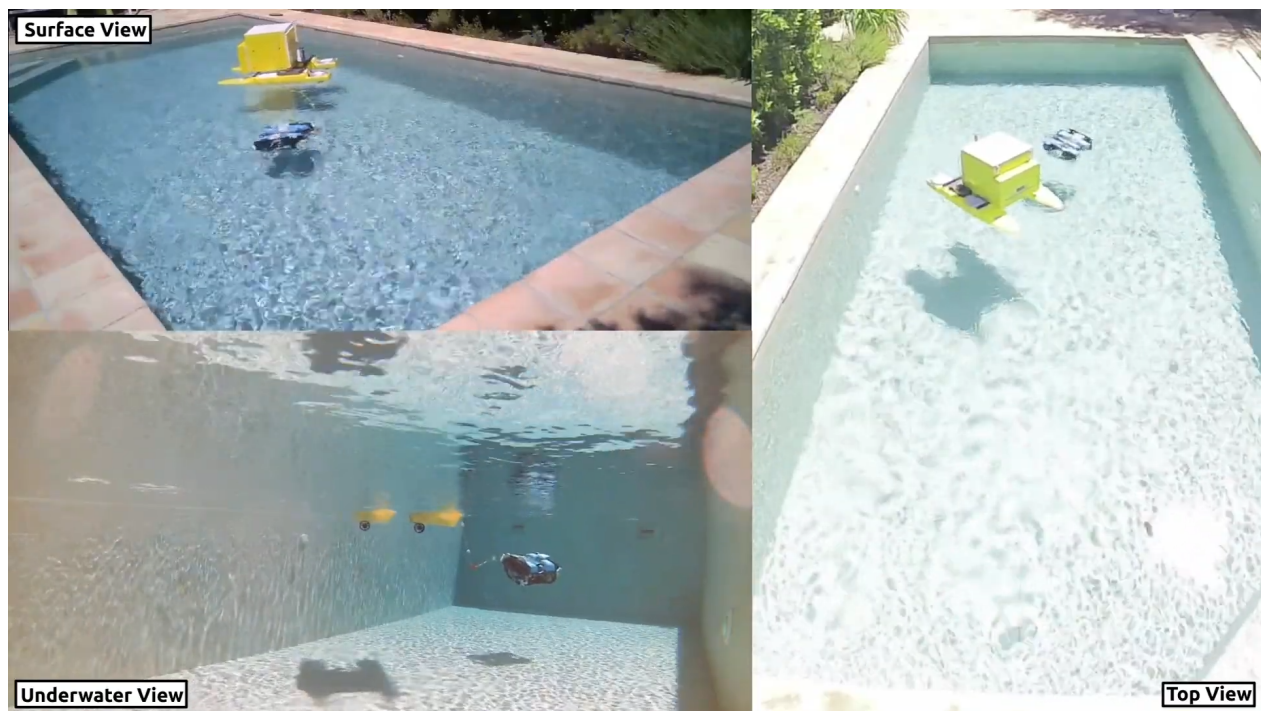


Figure 4.6 – Expériences de tentative de formation de nœud. Vidéos disponibles sur YouTube (juin 2025) : enrouleur inactif (<https://youtu.be/H8mcCbAyHhE>), et enrouleur asservi à l'*interbuoy distance* (https://youtu.be/7PJ_wkB08sk).

présentent des risques pour la fiabilité de sa mission. En raison de ses propriétés inhérentes, le câble présente une torsion résiduelle naturelle qui lui confère une forme de spirale une fois déployé, qui est accentuée par son stockage sur l'enrouleur. En conséquence, une grande longueur déployée tend à s'accumuler et à former un amas, ce qui peut être observé au début de la vidéo. Cette accumulation entraîne plusieurs problèmes, comme illustré dans la vidéo. À 0 : 55, le ROV s'éloigne de l'amas de câble mais est contraint de traîner toute la masse en raison de l'emmêlement du câble. À 1 : 36, le ROV rencontre directement l'amas de câble, une situation qui peut conduire à plusieurs risques, comme des interférences sur ses capteurs acoustiques directionnels (sonar) ou des dommages potentiels au câble causés par ses propulseurs ou actionneurs embarqués, comme des outils de manipulation ou d'échantillonnage montés sur le ROV. Enfin, à 1 : 56, le ROV s'emmêle dans le câble, limitant ses mouvements et provoquant des perturbations sur l'USV. Dans la plupart des cas, de tels emmêlements ne peuvent pas être résolus sans intervention manuelle.

Le contrôle de l'enrouleur asservi à l'*interbuoy distance* permet de résoudre efficacement tous ces problèmes. Bien que le ROV effectue des mouvements aléatoires lors de l'expérience, la configuration semi-tendue permet de maintenir une forme maîtrisée du câble, empêchant ainsi la formation d'amas ou de nœuds dans le câble, même lorsque l'on souhaite explicitement en faire. En conséquence, le ROV peut opérer dans des conditions favorables autour du USV. Il est intéressant de noter que même si le USV n'est pas actionné, il a naturellement tendance à s'aligner dans la direction du ROV. Ce comportement est attribué à la configuration semi-

tendue du câble, qui génère un couple autour de l'axe vertical de l'USV. Cependant, les conditions environnementales pendant l'expérience, telles que les vagues causées par le vent et la traînée hydrodynamique sur le USV, peuvent également influencer ce mouvement.

4.2.2 Détection de la direction du départ de câble

Comme précisé dans la Section 3.2.1, l'activation des switches situés sur la face avant de l'enrouleur, dont le rôle est de détecter une éventuelle déviation du câble de part et d'autre du cap de l'USV, repose sur le maintien d'une tension suffisante dans le câble. Cette condition est assurée par la configuration semi-tendue. De plus, la réactivité apportée par le terme dérivatif du contrôleur de l'enrouleur génère des petites secousses dans le câble, ce qui favorise l'activation des capteurs et donc améliore la détection de la direction de sortie du câble.

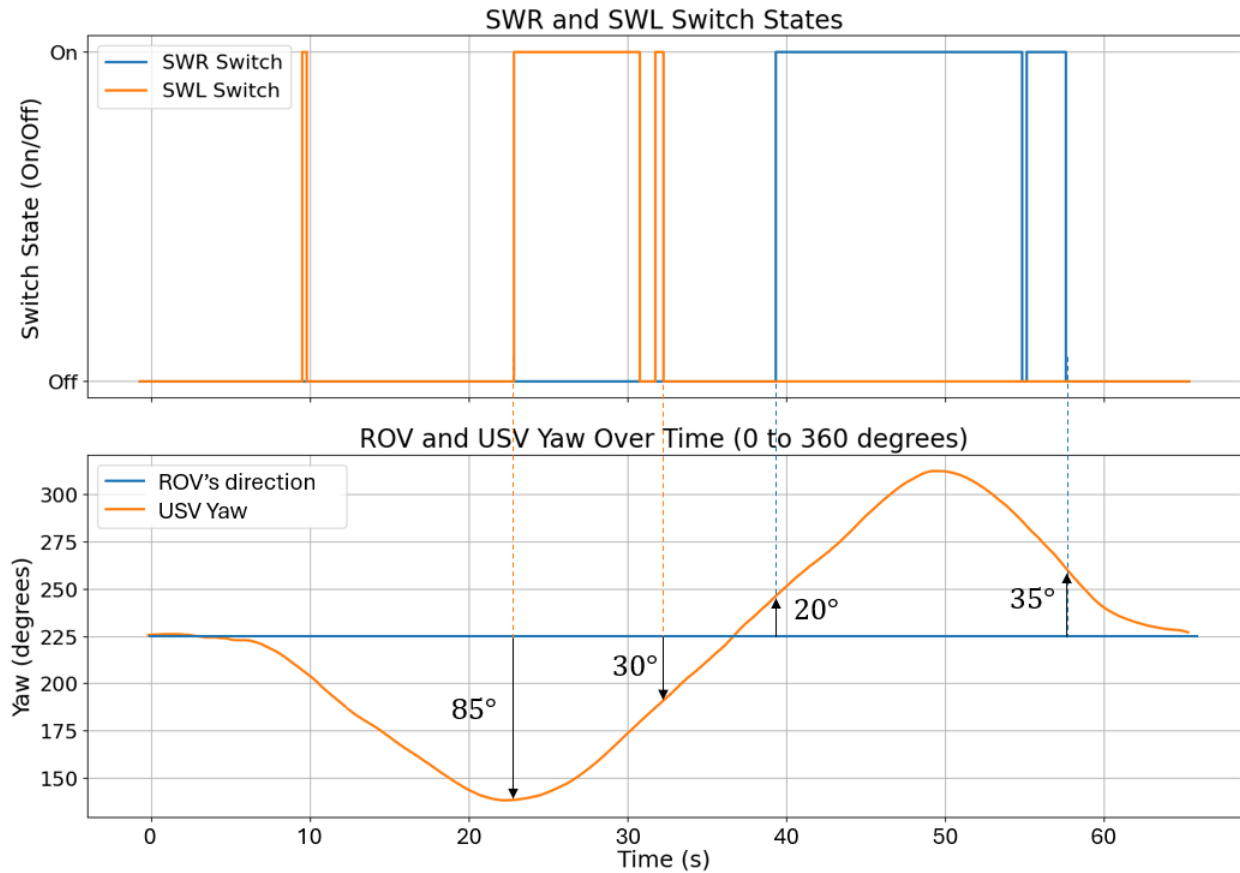


Figure 4.7 – Angles d'activation et de désactivation des switches lorsque l'USV tourne et que le ROV est immobile. Haut : état des switches gauche (orange) et droit (bleu). Bas : direction du ROV par rapport à l'USV (bleu) et cap de l'USV (orange). Les différences d'angles aux instants d'activation et de désactivation des switches sont notés sur la figure. Vidéos disponibles sur YouTube (juin 2025) <https://youtu.be/s564AWdTk6w>.

Une première expérience a été menée afin d'estimer la plage de fonctionnement des switches en conditions réelles d'utilisation, permettant de ainsi de détecter le câble. De plus, l'inclinaison verticale de l'un des switches (switch droit) a été modifiée intentionnellement afin de réduire la course du capteur et d'étudier l'influence de ce réglage sur la sensibilité de la détection. Le ROV en surface de l'eau est maintenu fixe à une extrémité de la zone d'expérimentation, tandis que l'USV est placé à quelques mètres de distance, orienté en direction du ROV. L'enrouleur est actif et fonctionne avec l'asservissement à l'*interbuoy distance*. L'USV est piloté lentement en yaw (rotation autour de l'axe vertical), d'abord dans un sens puis dans l'autre, de manière à balayer un angle de 90° de part et d'autre de son cap initial. L'état des switches est alors enregistré afin de déterminer les angles d'activation et de désactivation de chacun des capteurs.

Les résultats de l'expérience sont présentés en Fig. 4.7, dont le lien vers la vidéo correspondante est fourni dans la légende. Le switch gauche est le premier à s'activer, à un angle de 85° par rapport à la direction réelle du ROV. Sa désactivation intervient lorsque l'USV pivote dans l'autre sens, à un angle de 30° . Le switch droit s'active ensuite à un angle de 20° . Lorsque l'USV effectue sa dernière rotation pour revenir à son cap initial, le switch se désactive à 30° . On observe dans un premier temps que le switch gauche s'active brièvement aux alentours de 25° vers 0:10, avant de perdre le contact. Celui-ci est rétabli lorsque la rotation inverse débute, aux environs de 0:23, ce qui conduit à une mesure d'angle d'activation peu fiable. Ce comportement transitoire n'est pratiquement pas observé sur le switch droit, dont l'inclinaison avait été ajustée en amont : il perd néanmoins le contact durant une fraction de seconde autour de 0:58, alors qu'il approche de son angle de désactivation, mettant en évidence la sensibilité du capteur à la tension du câble. Par ailleurs, alors que l'on pourrait s'attendre à ce que l'angle de désactivation du switch droit soit plus faible que son angle d'activation, c'est l'inverse qui est constaté, soulignant une fois encore cette dépendance à la tension appliquée. Ces résultats semblent donc indiquer que l'utilisation des switches permet de détecter la déviation du câble de part et d'autre du cap de l'USV, à condition qu'une tension suffisante soit maintenue dans le câble, et qu'une inclinaison initiale du capteur améliore la fiabilité de cette détection, qui s'effectue à partir d'environ $\pm 20^\circ$.

Afin de valider ce moyen de détection dans un contexte plus représentatif des conditions réelles, une nouvelle expérience a été menée, dans laquelle l'USV reste immobile tandis que le ROV évolue devant lui, traversant de gauche à droite et inversement, avec le mode semi-tendu activé. L'objectif est de démontrer la pertinence de ce signal comme moyen de détection dans un scénario réaliste. La Fig. 4.8 présente l'état des deux switches en fonction de la position du ROV dans le champ de vision frontal de l'USV, selon qu'il se trouve dans la zone gauche ou droite. La vidéo associée à l'expérience est disponible dans la légende de la figure. Ces résultats montrent que les switches gauche et droit détectent avec succès la présence du ROV dans les régions appropriées, confirmant la pertinence de ce signal pour détecter la direction du ROV malgré les dysfonctionnements évoqués précédemment.

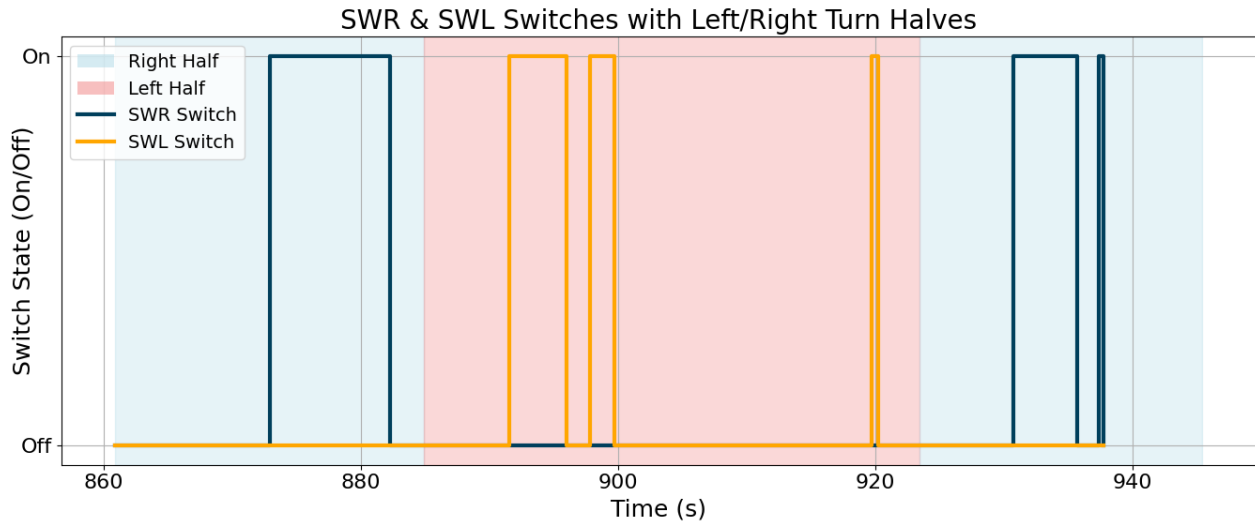


Figure 4.8 – Angles d’activation et de désactivation des interrupteurs pendant que le ROV tourne autour de l’USV immobile. Etat des switches gauche (signal orange) et droit (signal bleu). Zones frontales gauche (rouge transparent) et droite (bleu transparent). Vidéos disponibles sur YouTube (juin 2025) <https://youtu.be/xVJTzvYIrc>.

Un algorithme, désigné sous le nom de *Trigger/Untrigger Detection Process (TUDP)* — ou *Processus de Détection par Activation puis Désactivation* en français — est proposé afin de détecter dynamiquement la direction du ROV. Ce processus est représenté sous forme d’algorithme à la Fig. 4.9. Lorsqu’un switch de l’USV s’active, le cap instantané de l’USV est mémorisé. Une rotation lente (choisie arbitrairement à $4^\circ/\text{s}$) est ensuite amorcée dans la direction opposée à celle du *switch* déclenché, jusqu’à sa désactivation. Le cap de l’USV est alors asservi à une consigne angulaire située 20° au-delà cet l’angle de désactivation, ce qui permet de réaligner l’USV approximativement en direction du ROV.

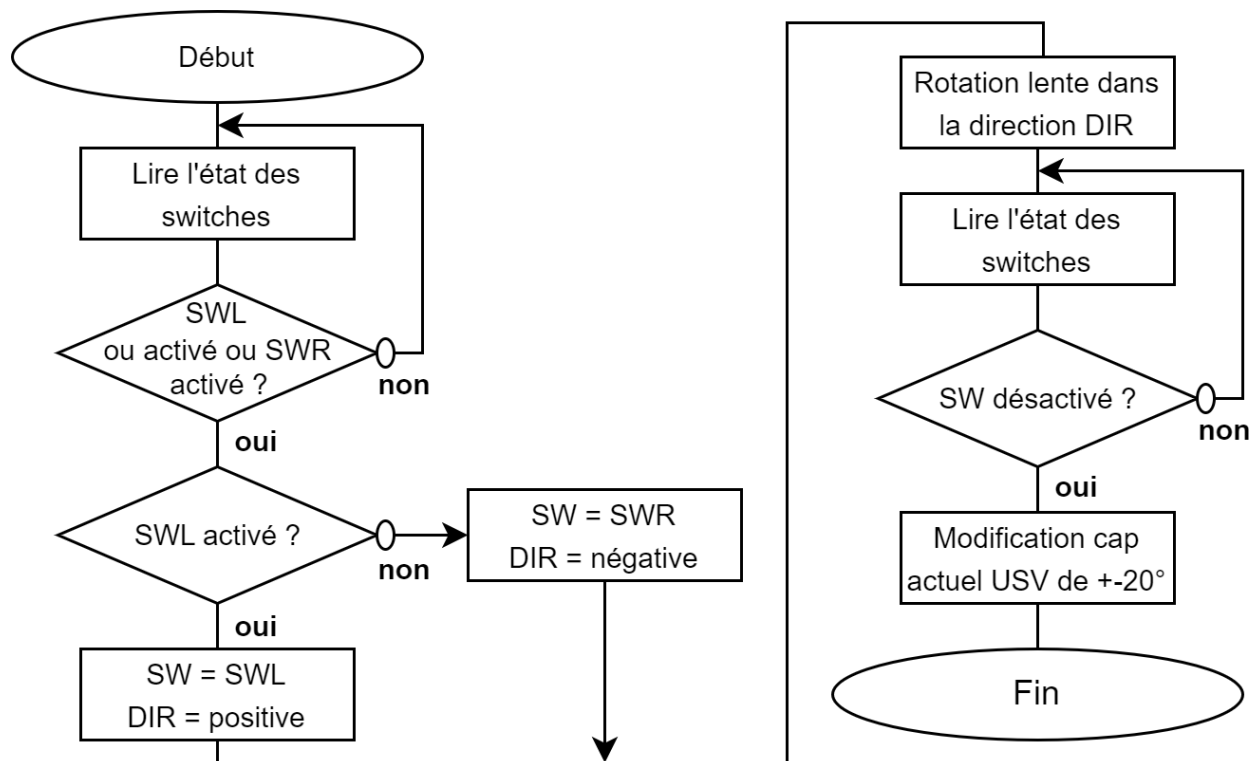


Figure 4.9 – Algorithme du Trigger/Untrigger Detection Process

4.3 Modes de suivi du ROV

Lorsque le ROV est envoyé en mission au sein d'un système ROV/USV, l'USV joue le rôle de passerelle de communication, assurant la liaison entre le véhicule immergé et l'opérateur distant. Dans ce contexte, il est essentiel de garantir un comportement de suivi qui ne perturbe pas le fonctionnement du ROV et, a fortiori, n'engendre aucun risque de détérioration du système dans son ensemble. Les stratégies de suivi multi-robots classiques, présentées en Section 1.2 reposent généralement sur la connaissance précise de la position du ROV, information souvent difficile à obtenir en environnement peu profond ou perturbé. L'intégration d'un système de gestion du câble (TMS) au sein de l'architecture proposée dans cette thèse permet une régulation automatique de sa longueur, réduisant ainsi considérablement les risques d'interférence ou d'emmêlement, aussi bien lorsque l'USV est piloté manuellement ou imbriqué dans une boucle de commande autonome. Cette section propose des stratégies de suivi du ROV exploitant le TMS, en examinant les deux types de contrôle proposés pour l'USV.

4.3.1 Contrôle manuel de l'USV

Une stratégie typique de suivi de ROV par un USV consiste à reproduire en surface les déplacements du ROV sous-marin. Ne possédant pas de système d'acquisition de positionnement 3D, cette stratégie ne peut pas être étudiée de manière automatisée dans cette thèse. Par conséquent, l'expérience présentée par la suite sera effectuée manuellement, en se basant sur une trajectoire manuelle sous-marine du ROV de forme carrée. Celle-ci sera visuellement observée et manuellement reproduite sur l'USV quelques mètres en arrière, afin de tenir compte de la configuration en V du système montée à l'arrière du ROV. Cette expérience vise à valider les performances du mode semi-tendu dans un suivi entre deux robots pilotés manuellement. La Fig. 4.10 présente une vue de cette expérience, dont le lien vers la vidéo est accessible depuis la légende.

L'expérience est structurée en deux phases distinctes. Durant la première phase, s'étendant de 0'00" à 1'10", l'USV est piloté manuellement de manière à suivre la trajectoire carrée exécutée par le ROV, comme définie initialement. La vue fournie par la caméra sous-marine permet d'observer en détail le comportement du câble au cours du déplacement. Le système en V monté à l'arrière du ROV joue efficacement son rôle de système compliant, amortissant les variations de tension dans le câble, tandis que la réactivité de l'enrouleur, particulièrement illustrée entre 0'35" et 0'39", contribue à préserver la légèreté et la fluidité du mouvement du câble. Cette phase démontre les capacités de l'USV à suivre efficacement le ROV au cours de trajectoires élémentaires telles que des lignes droites ou des virages.

Dans la seconde phase de l'essai, s'étendant jusqu'à la fin de la vidéo, l'USV est maintenu en position stationnaire afin d'évaluer le fonctionnement seul du TMS, qui assure le maintien d'une

configuration semi-tendue du câble. Cet essai est similaire à celui présenté en Section 4.2.1, Fig. 4.5, mais à une échelle plus étendue. Il permet notamment d’observer que la réactivité du contrôleur du TMS évite la formation de boucles lors des changements de direction du ROV — en particulier entre 1’42” et 1’54”, puis entre 2’42” et 2’56” — démontrant ainsi sa capacité à absorber efficacement les excès de câble.

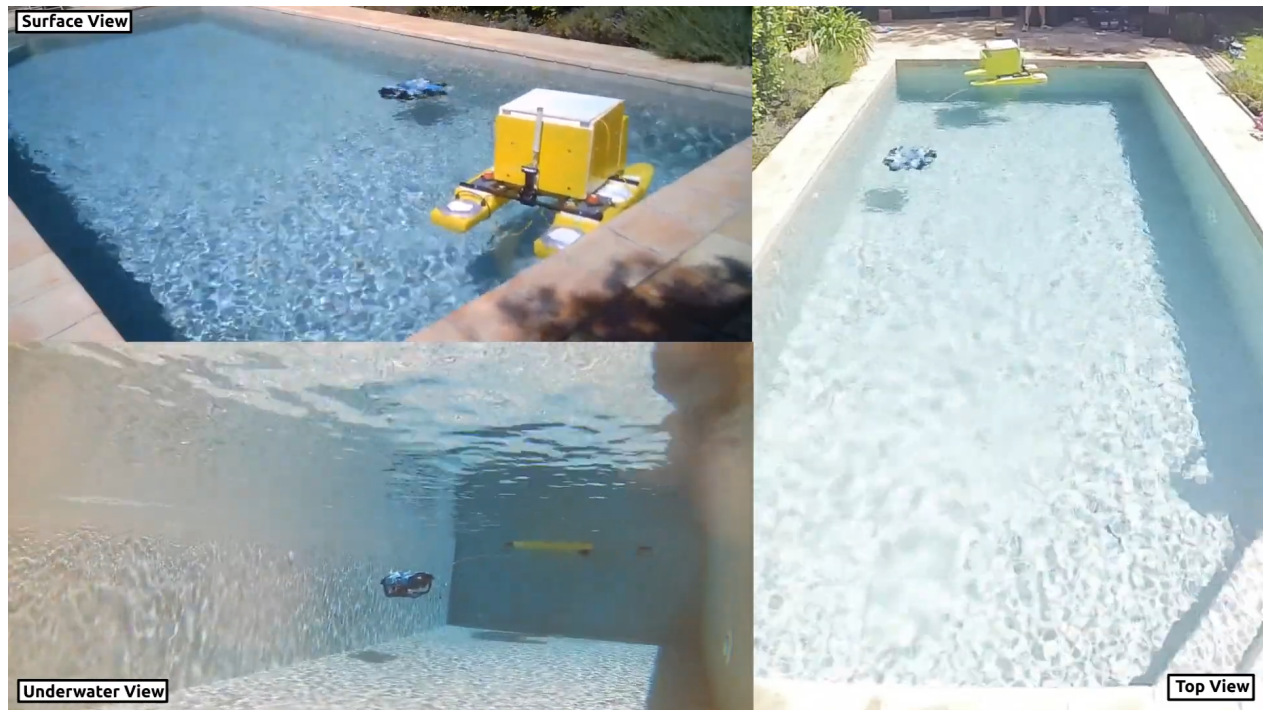


Figure 4.10 – Vues de différentes caméras lors de l’expérience de trajectoire en carré. L’image en haut à gauche provient de la webcam, capturant l’ensemble de la scène. L’image en bas à gauche est issue d’une caméra sous-marine. L’image à droite présente une vue en plongée depuis la caméra à 360°. Vidéo disponible sur YouTube (juin 2025) <https://youtu.be/33gEVxLMTkk>.

Enfin, la même expérience a été répétée avec le TMS désactivé, mais avec un relâchement initial de 3 m de câble. La vidéo correspondante est disponible à l’adresse suivante : https://youtu.be/ml1yRT_gyGg. Plusieurs comportements à risque ont été observés au cours de cet essai. À 0’10”, l’USV avance alors que le câble passe entre ses flotteurs, une configuration potentiellement critique pouvant conduire à une rupture du câble en cas d’accrochage avec un élément de l’environnement extérieur. À 0’39”, le câble s’emmêle dans le propulseur de l’USV, ce qui peut entraîner la dégradation, voire la destruction, d’un de ces composants. Enfin, à 1’02” et 1’41”, une large boucle se forme à l’arrière de l’USV, provoquant une augmentation des forces de frottement et, par conséquent, des perturbations sur les deux robots. Cette configuration accroît également les risques d’accrochage avec l’environnement marin ou sous-marin. Cet essai met ainsi en évidence le rôle essentiel du TMS développé dans cette thèse pour assurer un comportement de suivi fiable dans un scénario de coopération ROV/USV en mode manuel. Les deux robots peuvent coopérer de manière indépendante pendant toute la

mission, démontrant ainsi la pertinence du système pour des scénarios de navigation basique, ce qui en justifie l’usage également dans le cadre d’un pilotage automatique.

4.3.2 Contrôle autonome de l’USV

À mesure que les systèmes ROV/USV sont de plus en plus employés dans des missions de longue durée et à grande échelle, l’adoption d’un comportement de suivi autonome devient particulièrement pertinente pour le contrôle de l’USV. Ce comportement doit également être ajusté dynamiquement en fonction des exigences propres à chaque phase de la mission. Par exemple, lorsque le ROV doit rejoindre une nouvelle zone d’opération, il commence généralement par s’orienter vers la position cible, puis suit une trajectoire rectiligne en maintenant une correction de cap. Une fois arrivé dans la zone d’intérêt, le ROV peut être amené à exécuter différents types de missions. Dans le cadre de cette thèse, deux types de missions sont considérées : la couverture de zone et l’exploration libre. Dans le cas des missions de couverture, l’objectif est d’assurer une exploration complète de la zone à inspecter. Plusieurs stratégies de trajectoires peuvent être employées à cette fin, parmi lesquelles la plus couramment utilisée est la trajectoire en *boustrophédon* — également appelée « trajectoire de tondeuse à gazon » — caractérisée par une succession de longs segments rectilignes parallèles, reliés par des virages réguliers. Ces deux trajectoires étant de nature différente, l’USV doit adapter sa stratégie de suivi afin de conserver une coordination efficace avec les mouvements du ROV. Dans le cadre des missions d’exploration libre, en revanche, le ROV ne suit pas de trajectoire prédéfinie. Ses déplacements deviennent alors plus irréguliers et difficilement prévisibles, ce qui requiert de la part de l’USV une plus grande flexibilité et capacité à suivre des trajectoires spontanées, tout en maintenant la cohérence de la mission conjointe.

Ces deux types de missions sont caractérisés par des contraintes opérationnelles distinctes, soulignant la nécessité de développer des stratégies de suivi du ROV différenciées et adaptées à chaque contexte. L’USV dispose de deux degrés de liberté — *surge* (translation longitudinale) et *yaw* (rotation autour de l’axe vertical) — qui sont gérés de manière indépendante par l’architecture logicielle embarquée. Chacun de ces mouvements est asservi à l’aide d’une structure de commande dédiée, basée sur un correcteur PID, dont la conception et le réglage ont été réalisés lors d’expérimentations préliminaires. Les stratégies de suivi développées dans cette thèse ont pour objectif de générer les consignes associées à chacun des degrés de liberté de l’USV, en s’appuyant sur l’ensemble des données disponibles au sein du système embarqué. Les modules de génération de consignes correspondants ont ainsi été spécifiquement conçus et intégrés, comme le montre la figure 4.11. La loi de commande de *yaw* s’appuie sur l’algorithme de *TUDP* des switches introduit en Section 4.2.2, dont la vitesse de rotation en phase lente a été fixée à $4^\circ/\text{s}$. La commande du *surge* se base sur la différence entre la longueur de câble délivrée et un seuil paramétrable, l’objectif étant de maintenir l’USV à une distance maximale acceptable du ROV. Plus les deux robots sont éloignés, plus cette commande sera importante,

paramétrée par une pente de 1 unité PWM par mètre de câble libéré au-delà du seuil. Ces deux lois de commande intègrent un paramètre de gain dédié, permettant un réglage du comportement de chaque degré de liberté. Afin de répondre aux besoins spécifiques de chaque mission, trois modes de suivi sont proposés : le *mode tracker*, le *mode cruiser* et le *mode random*. Chacun de ces modes repose sur une configuration spécifique des paramètres de gains, comme détaillé dans le tableau 4.1, et est conçu pour s'adapter à un type particulier de comportement du ROV : les manœuvres de virage pour le *mode tracker*, les déplacements rectilignes pour le *mode cruiser*, et les trajectoires imprévisibles pour le *mode random*. Dans l'ensemble des expériences présentées ci-après, le ROV est piloté manuellement, tandis que le TMS est contrôlé en fonction de l'*interbuoy distance*.

Mode	Gain de <i>surge</i> K_s	Gain de <i>yaw</i> K_y	Seuil de longueur de câble $L_{c,th}[m]$
Tracker	1	2	10
Cruiser	2	1	5
Random	1.5	1.5	5

Tableau 4.1 – Paramètres de contrôle utilisés pour chaque mode de suivi de l'USV. Les gains K_s et K_y sont sans dimension.

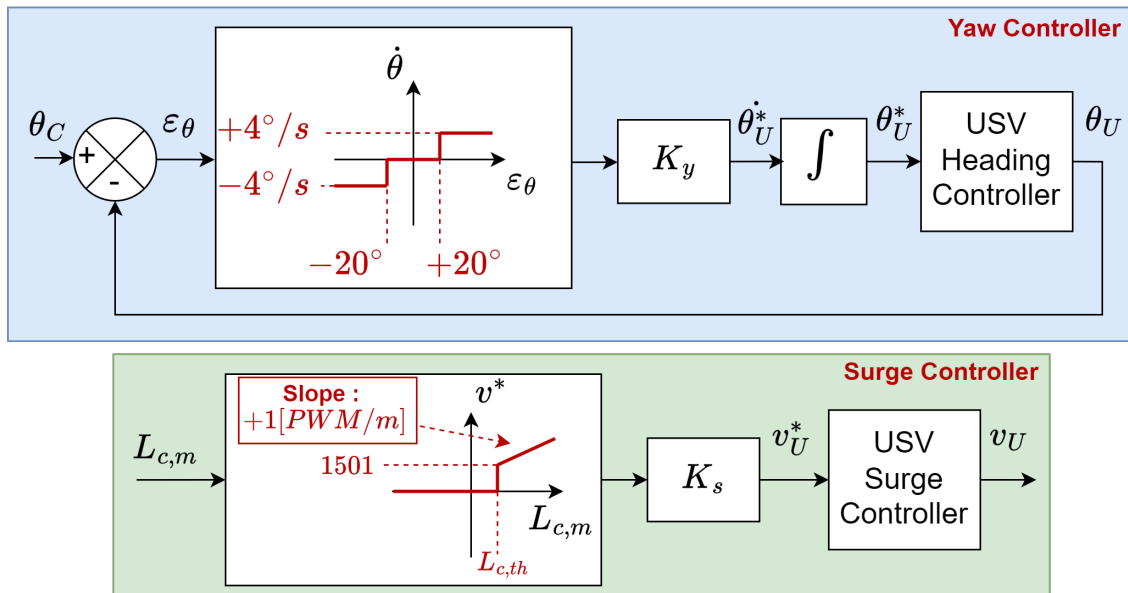


Figure 4.11 – Schéma-bloc du système de contrôle de l'USV, composé du contrôleur de *yaw* (en haut) et du contrôleur de *surge* (en bas). Le contrôleur de *yaw* calcule l'écart d'angle ε_θ entre l'angle de départ du câble θ_C et le cap actuel de l'USV θ_U , puis détermine le cap désiré θ_U^* selon l'algorithme *TUDP*, paramétré par le gain de *yaw* K_y . Le contrôleur de *surge* calcule la vitesse d'avancée désirée de l'USV, v_U^* , à partir de la longueur de câble mesurée $L_{c,m}$ et du seuil de longueur de câble $L_{c,th}$, mise à l'échelle par le gain de *surge* K_s .

4.3.2.1 Mode Tracker

Le *mode Tracker* est conçu pour les scénarios dans lesquels le ROV manœuvre en restant à proximité de l'USV. Dans ce mode, il est attendu que l'USV se réoriente vers le ROV afin d'éviter la formation de lobes dans le câble et de minimiser le risque d'emmêlement de celui-ci. Pour permettre ce comportement, une priorité est attribuée au contrôleur de *yaw* de l'USV, qui est configuré avec un gain plus élevé que celui du contrôleur de *surge*. Dans ce mode, aucune translation de l'USV n'est requise, car il doit seulement conserver le ROV dans son champ de vision. Un seuil élevé de longueur de câble sera donc défini, permettant au ROV de manœuvrer librement autour de l'USV tout en laissant la possibilité à ce dernier de se déplacer si, par exemple, les deux véhicules se sont trop éloignés l'un de l'autre, situation qui peut arriver à cause de perturbations extérieures comme le vent ou le courant marin.

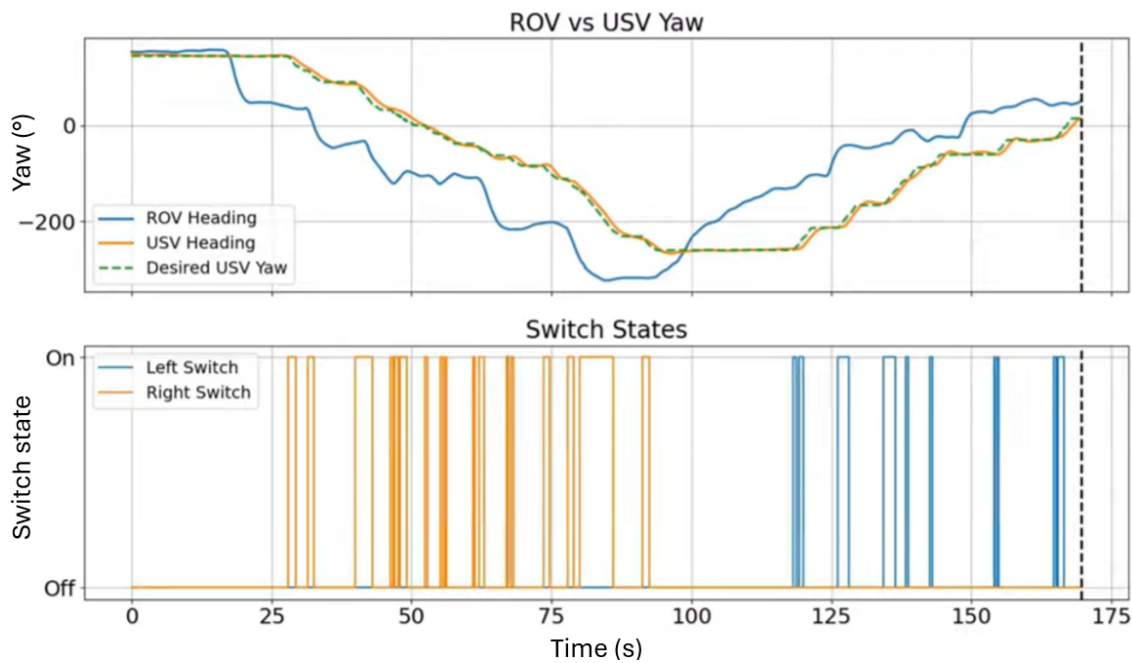


Figure 4.12 – Résultats de l'expérience en mode Tracker. Haut : Cap du ROV (bleu), cap de l'USV (orange), et consigne de cap de l'USV (pointillé vert). Bas : États des switches gauche (bleu) et droit (orange). Vidéo disponible sur YouTube (juillet 2025) : <https://youtu.be/9zE3-sF-dlw>

Une expérience a été menée afin d'évaluer les performances du mode *Tracker*. Le ROV a été initialement positionné à exactement 2 m devant l'USV, aligné avec le même cap. Il a ensuite été contrôlé manuellement pour décrire une trajectoire en forme de huit autour de l'USV, tandis que la gestion du câble était assurée activement par le TMS. Les résultats de cette expérience sont présentés dans la Fig. 4.12, et un lien vers la vidéo est fourni dans la légende de la figure. L'expérience met en évidence la capacité de l'USV à conserver efficacement le ROV dans son champ de vision, grâce à l'assistance du TMS, permettant ainsi un déplacement libre et sécurisé du ROV autour de l'USV. À l'instant 0'08", l'USV détecte que le ROV quitte son champ de vision via les signaux des switches, et ajuste alors son cap en conséquence jusqu'à

1'14". Bien qu'aucune commande active de *surge* ne soit appliquée, un léger déplacement de l'USV est observé. Ce mouvement résulte des faibles forces de traction générées dans le câble par le système en V, ainsi que du fonctionnement de l'enrouleur, qui, dans ces conditions expérimentales, constituent les seules forces agissant sur l'USV. Entre 1'14" et 1'42", l'USV maintient un cap stable, le ROV étant situé directement dans son champ de vision frontal. Il est à nouveau détecté dès que la tension exercée sur le câble est suffisante pour activer les switches. Le comportement de suivi est ensuite reproduit dans la direction opposée jusqu'à la fin de la vidéo, démontrant la capacité de l'USV à suivre le ROV tout autour de lui et à se réorienter efficacement en fonction de sa position relative.

4.3.2.2 Mode Cruiser

Le *mode Cruiser* est conçu pour les scénarios dans lesquels le ROV effectue un déplacement rectiligne sur de longues distances. Dans ce mode, l'USV doit accompagner le ROV sans le perturber. Il va donc maintenir un mouvement vers l'avant à une vitesse comparable à celle du ROV tant que les switches ne détectent pas de sortie du ROV du champ de vision de l'USV. Pour permettre ce comportement, une priorité est attribuée au contrôleur de *surge*, configuré avec un gain supérieur à celui du contrôleur de *yaw*. Le seuil de longueur de câble est fixé à une valeur relativement faible, de manière à autoriser au ROV un léger éloignement de l'USV lors de l'expérience, avant que le comportement de poursuite ne soit déclenché.

Une seconde expérience a été menée afin d'évaluer les performances du mode *Cruiser* dans des conditions à grande échelle. Le ROV a été initialement positionné à une distance exacte de 2,75 m devant l'USV, mais avec un cap différent. Il a ensuite été contrôlé manuellement pour effectuer un déplacement rectiligne vers l'avant, le long de la piscine (voir Fig. 4.13), quittant progressivement le champ de vision frontal de l'USV. Les résultats expérimentaux sont présentés en Fig. 4.14, et un lien vers la vidéo est fourni dans la légende de la figure. Cette expérience met en évidence la capacité de l'USV à maintenir un alignement avec le ROV tout en effectuant l'accompagnement lors de longs déplacements rectilignes. Entre les instants 0'15" et 0'24" de la vidéo, l'USV détecte que le ROV quitte son champ de vision et se réaligne automatiquement avec celui-ci, selon un comportement similaire à celui observé en mode *Tracker*, bien que de manière plus progressive en raison d'un gain de *yaw* réduit. Par ailleurs, dès l'instant 0'04", un déplacement non-actionné de l'USV est observé, phénomène déjà constaté en mode *Tracker* mais ici accentué par un éloignement progressif du ROV. Ce déplacement naturel est ensuite renforcé par l'activation du contrôle de *surge* lorsque la longueur de câble dépasse le seuil — comme observé entre 1'00" et 1'08" — permettant ainsi à l'USV de maintenir une distance constante et appropriée par rapport au ROV. L'ensemble de ces mécanismes contribue à une stratégie de suivi efficace, bien adaptée aux scénarios de longs déplacements rectilignes du ROV.

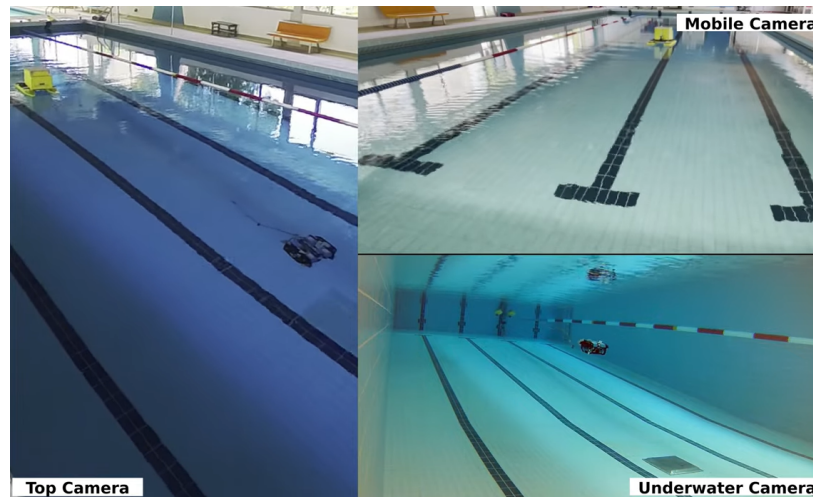


Figure 4.13 – Vues de différentes caméras lors de l'expérience en mode Cruiser. L'image de gauche montre une caméra fixe située en hauteur capturant toute la scène. L'image en haut à droite provient de la webcam. L'image en bas à droite provient d'une caméra sous-marine montrant le ROV lors de son déplacement en ligne droite.

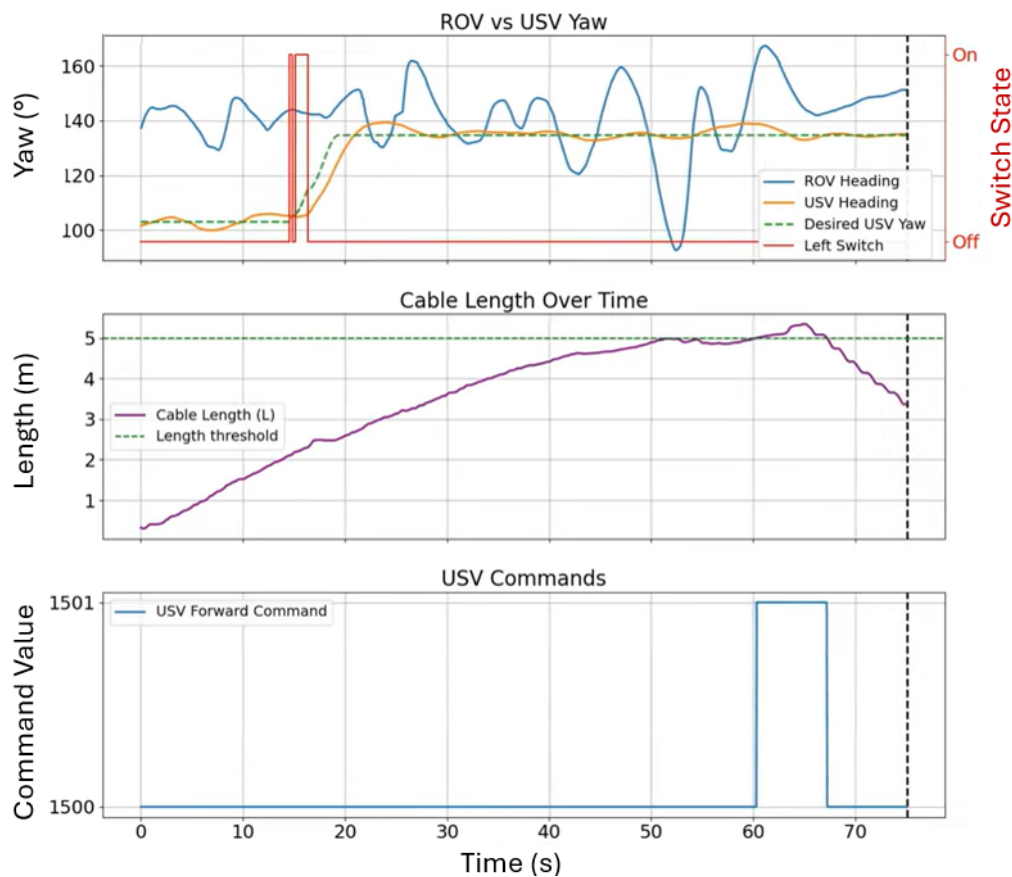


Figure 4.14 – Résultats de l'expérience en mode Cruiser. Haut : Cap du ROV (bleu), cap de l'USV (orange), cap désiré de l'USV (pointillé vert) et état du switch gauche (rouge). Milieu : Longueur de câble mesurée (violet) et seuil de longueur de câble (pointillé vert). Bas : Valeur de la commande de *surge* de l'USV (bleu). Vidéo disponible sur YouTube (juillet 2025) : https://youtu.be/_U7_q6V1WHA

4.3.2.3 Mode Random

Le *mode Random* est conçu pour les scénarios dans lesquels le ROV effectue des mouvements spontanés et imprévisibles. Dans ce mode, l'USV adopte un comportement hybride entre le mode *Cruiser* et le mode *Tracker*, lui permettant à la fois de s'orienter activement vers le ROV afin de le conserver dans son champ de vision, mais également de le suivre si la distance entre les deux robots s'accroît. Tous les gains de contrôle sont réglés à des valeurs comparables, de sorte que les contrôleurs de *surge* et de *yaw* contribuent de manière équilibrée à la réponse de l'USV. Le seuil de longueur de câble est maintenu identique à celui utilisé dans l'expérience en mode *Cruiser*. Une autre expérience (Fig. 4.15) a été menée afin d'évaluer les performances du mode *Random*. Le ROV a été initialement positionné devant l'USV, puis a exécuté une trajectoire en boucle autour de celui-ci, simulant un comportement aléatoire dans un environnement confiné. Au cours de l'expérience, l'USV a été soumis à un vent de face dès sa configuration initiale. Malgré cette perturbation, les résultats montrent que le mode *Random* permet une réponse efficace aux mouvements imprévisibles du ROV, tout en garantissant une opération sécurisée grâce à la gestion active du câble. Entre les instants 0'28" et 0'39", les effets conjoints des modes *Tracker* et *Cruiser* sont observables : l'USV commence par se réorienter vers le ROV, puis amorce un déplacement progressif dans sa direction. Un exemple plus marqué de ce comportement hybride est visible entre 1'01" et 1'40", au cours duquel l'USV effectue une manœuvre combinant rotation et translation, illustrant sa capacité à s'adapter dynamiquement aux trajectoires spontanées du ROV.

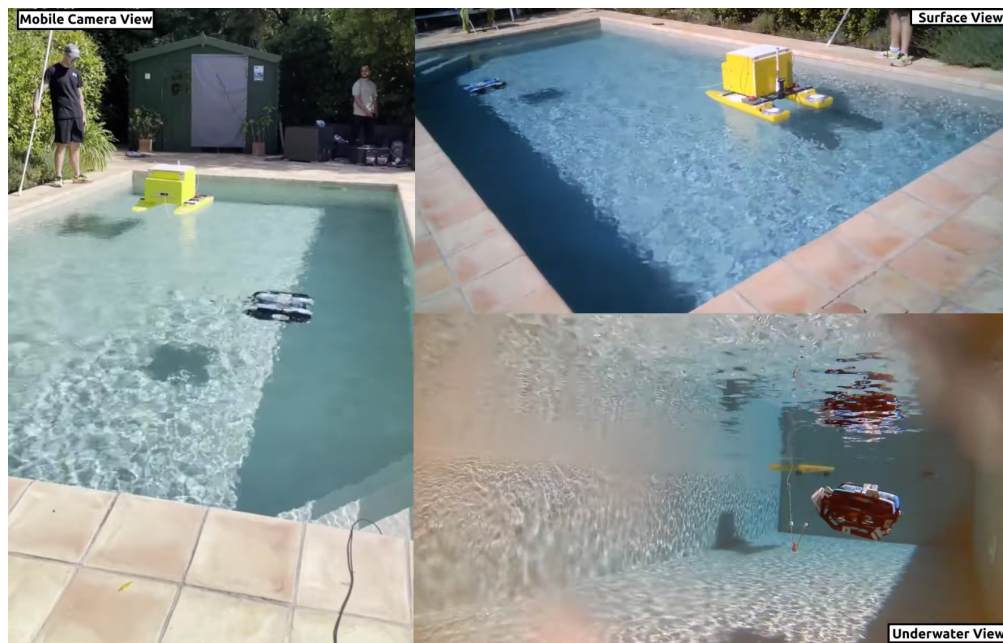


Figure 4.15 – Vues issues de plusieurs caméras lors de l'expérience en mode *Random*. Les flux vidéo proviennent d'un smartphone (à gauche), d'une webcam fixe (en haut à droite) et d'une caméra sous-marine (en bas à droite), offrant ainsi différentes perspectives. Vidéo disponible sur YouTube (juin 2025) : <https://youtu.be/yCi3LK4GHts>.

4.3.3 Limitations des modes de suivi et discussions

Comme le démontrent les différentes expériences présentées dans cette section, l'utilisation du TMS permet un suivi efficace du ROV par l'USV, que ce soit en pilotage manuel ou dans le cadre de stratégies de contrôle automatisé. Cependant, la quasi-totalité des essais ont été menés dans des conditions simplifiées, sans perturbations externes telles que des courants marins, des vagues ou du vent. Par conséquent, bien que ces résultats fournissent une première indication du comportement du système dans un contexte de coordination multi-robots, ils ne suffisent pas à évaluer de manière concluante ses performances en conditions environnementales plus réalistes ou contraignantes. Cette discussion vise dès lors à extrapoler le comportement du système dans de telles conditions.

En conditions environnementales de fort vent - pouvant survenir lors de missions en lac ou en mer - l'USV peut dériver dans la direction du vent, ce qui engendre une différence entre son cap (*heading*) et sa direction réelle de mouvement (*bearing*). En supposant que le ROV maintienne son cap lors de longs segments en ligne droite, la direction du câble différera alors du cap des deux véhicules, même si ceux-ci restent alignés. Dans un tel scénario, un des switches sera déclenché, indiquant à l'USV de pivoter dans la direction du vent afin de revenir dans le sillage du ROV. Si l'USV dérive trop loin et croise la trajectoire du ROV en tentant de remonter au vent, le switch opposé s'activera à son tour et corrigera le cap de l'USV. L'USV évoluera alors derrière le ROV suivant une trajectoire en forme sinusoïdale ou en dent de scie, selon la réactivité du contrôleur de *yaw*. Par ailleurs, si l'USV fait face au vent, sa vitesse peut diminuer. Cependant, grâce à la configuration semi-tendue du câble, cette diminution de vitesse entraînera une augmentation de la longueur de câble déployée détectée par le contrôleur de *surge*, ce qui augmentera la consigne de vitesse de l'USV.

Lorsque l'USV est à l'arrêt, comme c'est le cas lorsque le ROV effectue des virages à faible vitesse, ce dernier agit sur l'USV comme une ancre virtuelle, alignant ainsi les deux robots en fonction de la direction du vent tout en les éloignant progressivement. Dans ce contexte, l'activation du contrôleur de *surge*, déclenchée par le dépassement du seuil sur la longueur de câble déployée, va rapprocher les deux véhicules déjà alignés. De plus, cette configuration réduit naturellement le mou dans le câble, et par conséquent les forces de traînée associées.

En présence de courants sous-marins — que l'on retrouve notamment à proximité de récifs coralliens — l'USV est supposée suivre passivement, comme observé lors de toutes les expériences menées. Cette hypothèse est considérée comme réaliste à condition que le système en V fonctionne correctement, sa mesure de l'*interbuoy distance* reposant sur l'hypothèse d'une absence de perturbations extérieures affectant les accélérations mesurées. Si tel est le cas, il est fort probable que le ROV, compte tenu de ses dimensions et de ses propriétés hydrodynamiques, ne soit plus manœuvrable dans un tel environnement.

4.4 Stratégies de localisation relative

Lorsque le câble est maintenu dans une configuration semi-tendue — grâce à l'utilisation conjointe de l'enrouleur (TMS) et du système en V au sein de l'architecture ROV/USV — la longueur de câble déployée peut être considérée comme une portion presque rectiligne. Cette hypothèse devient toutefois de moins en moins réaliste à mesure que la longueur de câble augmente, car cela nécessiterait une tension de plus en plus grande sur le câble, ce qui est à l'opposé du rôle attendu de l'enrouleur. Néanmoins, cette hypothèse de modélisation reste pertinente dans le cadre de stratégies de localisation du ROV, à condition d'accepter l'existence d'un biais systématique. Comme discuté dans la Section 1, les solutions classiques de localisation 3D en environnement sous-marin sont peu adaptées aux systèmes ROV/USV opérant en eaux peu profondes. Bien que les systèmes USBL aient démontré leur efficacité dans le cadre d'architectures multi-robots — en combinant une station d'écoute en surface avec un émetteur embarqué sur le robot — leur coût reste élevé et leur déploiement dans des environnements confinés ou peu profonds pose plusieurs difficultés. En particulier, leur bon fonctionnement impose que l'antenne acoustique soit immergée à une certaine profondeur, afin de limiter les interférences de surface causées par les vagues. De plus, ces systèmes sont particulièrement sensibles aux réflexions sur les parois ou sur le fond, phénomènes fréquents dans les milieux restreints typiques des missions côtières.

L'instrumentation actuelle du système ROV/USV permet d'envisager le développement d'une stratégie de localisation relative entre les deux robots, reposant sur un modèle tirant parti des mesures accessibles. Cette section présente les hypothèses et la formulation théorique du modèle proposé, visant à estimer la distance horizontale entre le ROV et l'USV, la profondeur étant directement mesurée par un capteur embarqué sur le ROV. Le modèle est ensuite appliqué à des données expérimentales issues des essais précédemment exploités, permettant une première évaluation de sa pertinence dans le cadre d'une mission coopérative ROV/USV. Par ailleurs, la détection de la sortie du ROV hors du champ de vision de l'USV — permise par l'instrumentation des switches sur l'enrouleur — constitue une information supplémentaire utilisée pour contraindre la zone de localisation possible du ROV. Une stratégie complémentaire exploitant cette information est également introduite en fin de chapitre, dans le but d'affiner l'estimation globale de la position relative.

4.4.1 Formulation mathématique et hypothèses

La Fig. 4.16 illustre le modèle géométrique sur lequel repose notre estimation de la distance horizontale entre le ROV et l'USV. L'ensemble des paramètres utilisés y est défini dans la légende. Le modèle repose sur plusieurs hypothèses de fonctionnement. Premièrement, la portion de câble reliant le ROV à la première bouée — de longueur notée L_0 — est supposée rectiligne et alignée avec l'axe du ROV. Deuxièmement, le ROV est considéré comme évoluant

à profondeur constante pendant toute la durée de l'estimation, permettant de considérer que les deux bouées sont également immergées à cette même profondeur. Enfin, l'enrouleur est supposé maintenir le câble dans une configuration semi-tendue, de sorte que la portion de câble comprise entre le système en V et l'enrouleur puisse raisonnablement être modélisée comme un segment droit. L'Eq 4.1 donne l'expression de la distance horizontale estimée entre le ROV et l'USV, dans laquelle le terme Δx_c est calculé à l'aide de l'Eq 4.2. En suivant l'évolution temporelle des différentes grandeurs mesurées, l'estimation de la distance horizontale au cours du temps est décrite par l'Eq 4.3, avec $L_{cte} = L_R + L_0 + L_U$ représentant les longueurs constantes des segments de câble.

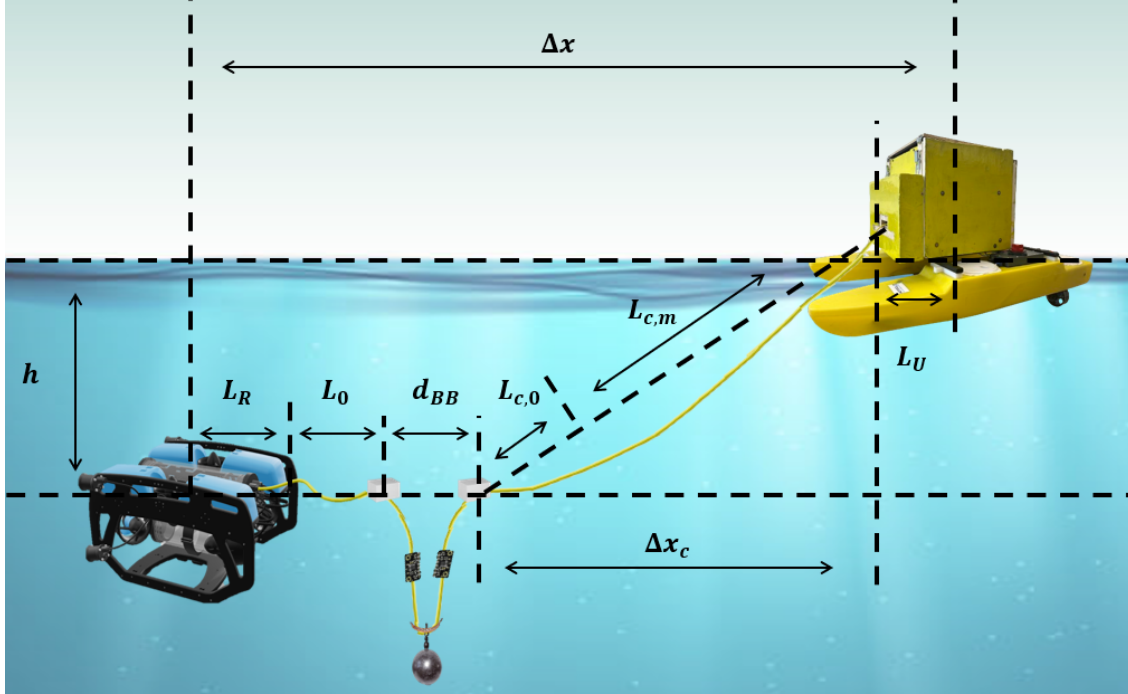


Figure 4.16 – Modèle géométrique utilisé pour estimer la distance horizontale Δx . $L_R = 0,25$ m et $L_U = 0,325$ m représentent les distances entre le centre géométrique de chaque robot et le point de départ du câble. $L_0 = 0,1$ m est la longueur entre le ROV et le point d'attache de la bouée la plus proche. $L_{c,0} = 0,83$ m correspond à la longueur initiale de câble, mesurée au début de l'expérience, permettant de suivre la longueur de câble restante $L_{c,m}$ via le codeur incrémental de l'enrouleur. h et d_{BB} représentent respectivement la profondeur du ROV et la valeur d'*interbuoy distance*, mesurées pendant l'expérience. Δx_c est la distance horizontale fictive entre le système en V et l'enrouleur.

$$\Delta x^{est} = L_R + L_0 + d_{BB} + \Delta x_c + L_U \quad (4.1)$$

$$\Delta x_c = \sqrt{(L_{c,0} + L_{c,m})^2 - h^2} \quad (4.2)$$

$$\Delta x^{est}(t) = L_{cte} + d_{BB}(t) + \sqrt{(L_{c,0} + L_{c,m}(t))^2 - (h(t))^2} \quad (4.3)$$

En supposant que les incertitudes associées à chaque distance soient indépendantes, l'incertitude globale de Δx^{est} , notée $U_{\Delta x^{est}}$, peut être calculée à partir des Eq. 4.4 et 4.5, où U_x représente l'incertitude d'une mesure x . Les incertitudes des distances fixes, notées U_{L_R} , U_{L_0} , U_{L_U} et $U_{L_{c,0}}$, mesurées au mètre à ruban, sont d'environ 1 cm. L'incertitude du capteur de profondeur du ROV, U_h , est également de 1 cm, tandis que celle de l'*interbuoy distance*, calculée à partir du modèle introduit dans cette thèse, présente une incertitude $U_{d_{BB}}$ d'environ 5 cm. Enfin, bien qu'elle corresponde à la plus grande distance, la longueur de câble déployée $L_{c,m}$ est la plus précise, avec une incertitude associée $U_{L_{c,m}}$ de seulement 2 mm.

$$(U_{\Delta x^{est}})^2 = (U_{L_R})^2 + (U_{L_0})^2 + (U_{d_{BB}})^2 + (U_{\Delta x_c})^2 + (U_{L_U})^2 \quad (4.4)$$

$$(U_{\Delta x_c})^2 = \left(\frac{\partial \Delta x_c}{\partial L_{c,0}} \right)^2 U_{L_{c,0}}^2 + \left(\frac{\partial \Delta x_c}{\partial L_{c,m}} \right)^2 U_{L_{c,m}}^2 + \left(\frac{\partial \Delta x_c}{\partial h} \right)^2 U_h^2 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \Delta x_c}{\partial L_{c,0}} = \frac{\partial \Delta x_c}{\partial L_{c,m}} = \frac{L_{c,0} + L_{c,m}}{\sqrt{(L_{c,0} + L_{c,m})^2 - h^2}} \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial \Delta x_c}{\partial h} = \frac{-h}{\sqrt{(L_{c,0} + L_{c,m})^2 - h^2}} \quad (4.7)$$

4.4.2 Validation expérimentale

Ce modèle théorique est appliqué à deux des expériences précédemment décrites — en *mode Tracker* et en *mode Cruiser* — pour lesquelles les positions initiales du ROV et de l'USV ont été mesurées manuellement à l'aide de repères disposés le long du bord du bassin, en l'absence de système de localisation 3D. Pour chaque jeu de données, les mesures initiales de profondeur du ROV, d'*interbuoy distance* et de longueur de câble déployée ont été relevées au début de l'expérience. Ces mesures sont ensuite utilisées pour estimer la distance horizontale initiale à l'aide de l'Eq 4.3, avec $L_{cte} = 0,675$ m. Le tableau 4.2 présente un résumé des résultats obtenus pour les deux modes, en comparant les distances horizontales estimées aux valeurs mesurées sur le terrain. En *mode Tracker*, la distance estimée est de $1,92 \text{ m} \pm 5.59 \text{ cm}$, contre une distance réelle de 2,00 m, soit une erreur relative de 4,0 %. En *mode Cruiser*, la distance estimée est de $2,46 \text{ m} \pm 5.44 \text{ cm}$, pour une valeur mesurée de 2,68 m, ce qui correspond à une erreur relative de 8,2 %. L'erreur relative moyenne sur l'ensemble des deux essais s'élève ainsi à 6,1 %, ce qui est jugé acceptable au regard des incertitudes expérimentales et de l'absence d'un dispositif de localisation de haute précision. Comme le montrent les Eq. 4.6 et 4.7, plus la profondeur du ROV et la longueur déployée de câble sont grandes, plus les incertitudes associées sont faibles. Ainsi, ces expériences menées sur des scénarios défavorables (courtes distances et faibles profondeurs) fournissent des résultats encourageants pour l'estimation continue de la distance horizontale entre le ROV et l'USV.

Expérience	$h[m]$	$d_{BB}[m]$	$L_{c,m}[m]$	$\Delta x^{est}[m]$	$U_{\Delta x^{est}}[m]$	$\Delta x^{act}[m]$
Tracker (t_0)	0.6	0.67	0.0	1.92	0.0559	2.00
Cruiser (t_0)	0.6	0.6	0.5	2.46	0.0544	2.68

Tableau 4.2 – Distance horizontale initiale estimée Δx^{est} vs. distance horizontale initiale réelle Δx^{act} pour les expériences en *mode Tracker* et *mode Cruiser*.

4.4.3 Stratégie d’affinement de l’estimation angulaire

Le *TUDP* - ou *Processus de Détection par Activation puis Désactivation* - décrit en Section 4.2.2 permet d’obtenir une estimation de la direction du ROV par rapport au cap de l’USV. Cependant, comme le montre l’expérience illustrée en Fig. 4.7, cette approche introduit une incertitude dans la plage angulaire où le ROV est susceptible de se trouver, principalement due au mou résiduel du câble qui peut survenir ponctuellement, même sous configuration semi-tendue du TMS. Ce phénomène est particulièrement observable dans des configurations réalistes de mission, comme en témoigne la Fig. 4.8. Pour améliorer cette estimation, une nouvelle stratégie a été développée, reposant sur l’utilisation successive des deux switches au sein de l’algorithme de détection. Cette méthode a été validée expérimentalement dans un scénario où le ROV était initialement placé à 3 m en avant de l’USV, avec l’enrouleur en fonctionnement. Au cours de l’expérience, l’USV est d’abord orienté dans une direction donnée afin d’initier le *TUDP*. Lorsque l’USV reçoit l’ordre de s’orienter vers le cap estimé du ROV, il poursuit sa rotation jusqu’à activation d’un autre *TUDP* sur l’autre switch. L’objectif de cette procédure est d’obtenir deux mesures de direction potentielle du ROV, et d’en déduire une direction corrigée en prenant le point médian entre les deux angles détectés. Cette méthode permet ainsi de réduire significativement l’incertitude associée à la flexibilité du câble et aux désactivations incohérentes des switches, offrant une estimation angulaire plus fiable de la position du ROV relativement à l’USV.

Les résultats expérimentaux sont présentés dans la Fig. 4.17. Le ROV était initialement aligné avec l’USV, avec un angle de yaw mesuré à $-38,2^\circ$. Alors que la stratégie reposant sur un seul capteur fournissait une estimation de $5,8^\circ$ au bout de 21 s d’expérience, la méthode à double capteur aboutissait à une estimation finale de $-18,7^\circ$ à 34 s. L’intégration des deux capteurs dans la stratégie permet donc d’améliorer significativement la précision de l’estimation de la direction du ROV, en réduisant l’écart par rapport à la valeur réelle d’environ 44° à près de 20° . Cette amélioration se fait néanmoins au prix d’un temps de traitement accru, avec une durée augmentée d’environ 50 %, soulignant un compromis à considérer entre précision et réactivité dans la mise en œuvre de cette stratégie.

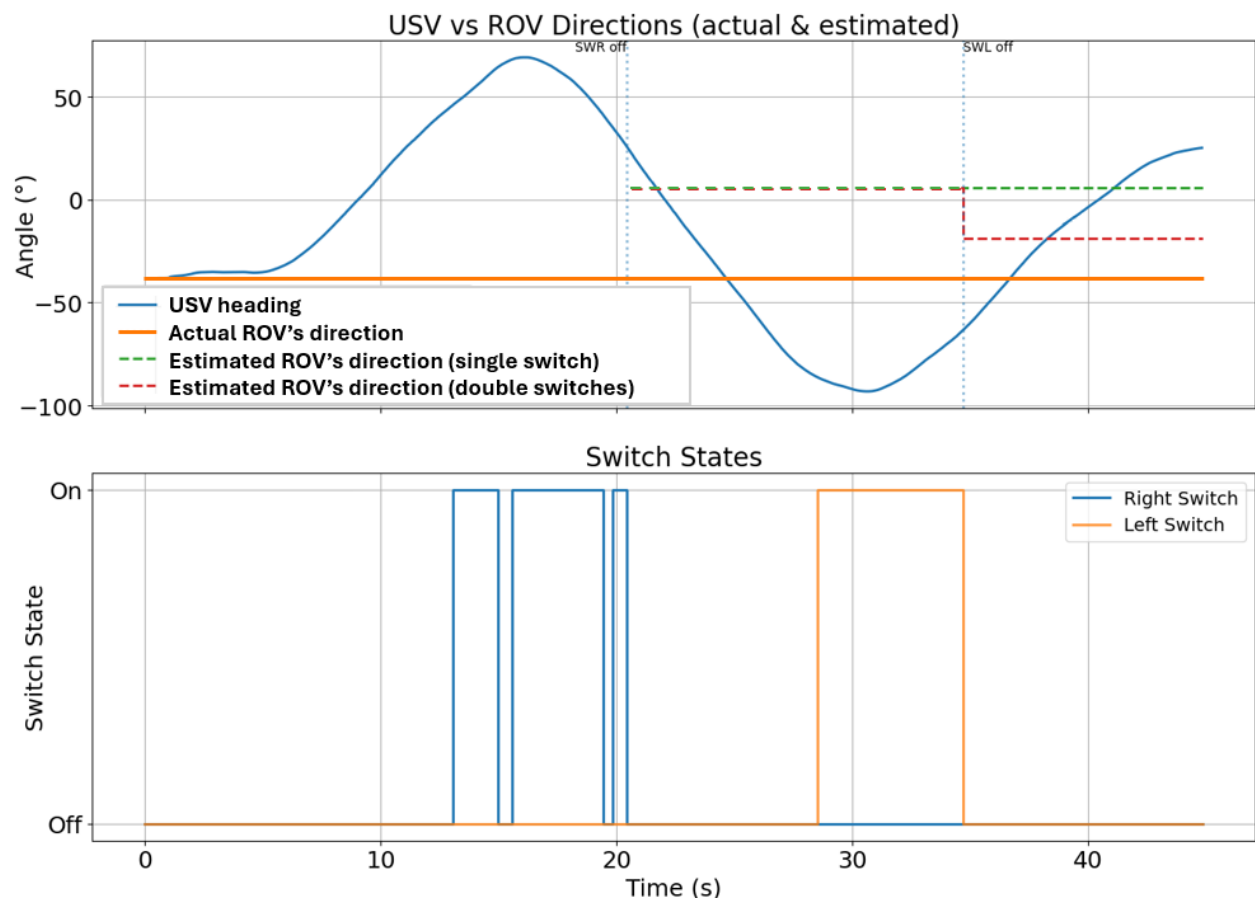


Figure 4.17 – Résultats de l'expérience avec les deux switches. Haut : Cap de l'USV (bleu), direction réelle du ROV depuis l'USV (orange), estimation de la direction du ROV avec la méthode à un seul switch (pointillés verts), et estimation avec la méthode à deux switches (pointillés rouges). Bas : États des switches droit (bleu) et gauche (orange). Vidéo disponible sur YouTube (juillet 2025) https://youtu.be/9WZAK14z_Og.

4.5 Conclusion du chapitre

Ce chapitre a permis de valider l'intégration fonctionnelle de la solution de gestion automatique de l'ombilical dans le cadre d'un système coopératif ROV/USV et son utilisation dans des perspectives de suivi multi-robots et de localisation relative. L'accent a été mis sur les expérimentations menées à l'aide d'un banc d'essai complet, spécialement conçu pour tester le comportement de l'ensemble du système dans des conditions réalistes.

Les premiers résultats expérimentaux ont montré les apports significatifs de l'utilisation du TMS au sein du système ROV/USV. Tout d'abord, l'importance d'un ajustement dynamique de la longueur de câble déployée au cours de la mission a été clairement mise en évidence, en comparaison avec un scénario reposant sur une longueur initiale fixe, souvent excessive pendant une grande partie de la mission. La structure d'asservissement proposée basée sur l'*interbuoy distance* mesurée par le système en V permet de conserver une longueur adéquate, amenant le câble dans une configuration dite "semi-tendue". Dans cette configuration, le ROV peut opérer autour de l'USV sans avoir à se soucier des problématiques liées au câble lui-même ou à son interaction avec l'environnement extérieur. De plus, l'introduction des IMUs dans la conception du système en V a permis d'améliorer la réactivité de l'ajustement de la longueur de câble. L'enrouleur génère de légers à-coups dans le câble, qui améliorent l'activation des interrupteurs, renforçant la capacité de l'USV à détecter une éventuelle déviation du câble de part et d'autre de son cap.

Ces deux nouvelles fonctionnalités ont ensuite été intégrées dans des stratégies de suivi d'un ROV en mission par l'USV qui l'accompagne. Une première expérience a montré la capacité d'un USV opéré manuellement à proximité du ROV à pouvoir naviguer sans le perturber, permettant un pilotage collaboratif manuel des deux engins. Cette situation peut être utile lorsque les deux engins évoluent en milieu confiné, comme dans des ports. Afin d'automatiser ce suivi dans le cadre de missions de longue distance ou de longue durée, plusieurs stratégies ont été développées, permettant à l'USV de s'adapter aux exigences propres à chaque phase de la mission, souvent marquées par des profils de trajectoires de ROV distincts. Trois modes de suivi pour le contrôle de l'USV ont ainsi été définis : (i) le mode *Tracker*, destiné aux scénarios dans lesquels le ROV évolue librement à proximité de l'USV ; (ii) le mode *Cruiser*, plus adapté aux déplacements rectilignes et prolongés du ROV ; (iii) le mode *Random*, combinant les deux précédents afin de gérer des déplacements spontanés ou imprévisibles. Chacun de ces modes a démontré sa pertinence dans le contexte pour lequel il a été conçu. Par ailleurs, les essais ont mis en lumière la capacité intrinsèque du système en V et de l'enrouleur à induire une dynamique passive d'alignement et de rapprochement entre l'USV et le ROV. En d'autres termes, le système tend naturellement à adopter une configuration adéquate. L'introduction d'une commande active permet alors de moduler cette dynamique et d'ajuster les performances du système en priorisant un comportement plutôt qu'un autre, selon les exigences spécifiques à chaque phase de la mission.

Enfin, la solution de gestion automatique de l'ombilical a été exploitée dans un contexte de localisation relative. Sous la condition d'un mode semi-tendu actif, le câble peut être assimilé à un segment droit entre le système en V et l'USV, permettant ainsi d'estimer la **distance horizontale** entre les robots, ainsi qu'un **intervalle angulaire** dans lequel se situe le ROV par rapport au cap de l'USV. L'expression mathématique de cette distance a été développée à partir d'un modèle géométrique, en exploitant les mesures issues des capteurs du système. Cette estimation a ensuite été évaluée expérimentalement, affichant une précision moyenne de 6 % par rapport à la réalité. L'étude pourrait être étendue à l'ensemble d'une expérience plutôt que de se limiter aux valeurs initiales, afin d'observer l'influence de la dynamique du câble sur la validité du modèle. Une telle analyse nécessiterait cependant un système de mesure 3D des positions des deux robots, qui n'était pas disponible lors des essais réalisés. Enfin, une stratégie visant à améliorer l'estimation de l'intervalle angulaire a été proposée, exploitant les deux switches positionnés sur l'USV. Cette approche, validée par une expérimentation dédiée, permet une meilleure estimation angulaire, au prix d'un allongement de la durée de l'opération.

Ainsi, l'utilisation de la solution de gestion automatique de l'ombilical développée au cours de cette thèse a montré sa capacité à améliorer la coordination au sein d'un système ROV/USV, et ouvre la voie à des stratégies de suivi sans recourir à des instruments de localisation 3D, stratégies qui pourront être perfectionnées pour des processus de localisation relative explorées en fin de chapitre.

Chapitre 5

Conclusion générale & perspectives

Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse se sont concentrés sur le développement d’une solution de gestion automatique de l’ombilical, spécifiquement intégrée au sein d’un système coopératif de robotique sous-marine ROV/USV, ainsi que sur l’étude de son apport dans des problématiques de contrôle synchronisé et de localisation relative. Dans un premier temps, le contexte du développement progressif de la robotique sous-marine a été présenté, mettant en évidence l’intérêt croissant de tels systèmes. Un ROV constitue un outil permettant à l’Homme d’intervenir dans des environnements sous-marins autrement inaccessibles. Le couplage avec un USV vient étendre sa portée opérationnelle — et potentiellement énergétique — ouvrant ainsi la voie à des missions plus autonomes et à moindres coûts. Toutefois, la présence de l’ombilical reliant les deux robots introduit des contraintes importantes en termes de fiabilité et de sécurité de mission. Une gestion appropriée et active de sa longueur s’avère donc essentielle pour garantir le succès et la robustesse de telles opérations.

La Section 1 a mis en évidence que l’ombilical d’un ROV demeure trop souvent considéré comme une simple contrainte technique, et que sa gestion active est encore peu explorée dans le cadre des systèmes coopératifs ROV/USV. Ce constat a conduit à formuler une problématique claire : lever les contraintes liées à la gestion de l’ombilical en développant une solution pertinente, et s’en servir comme source d’information utile à des problématiques plus larges liées à la coopération multi-robots, telles que la mise en œuvre de stratégies de commande synchronisées ou le développement de méthodes de localisation relative entre le ROV et l’USV. Dans ce contexte, le système proposé par Ornella au sein du laboratoire COSMER, composé du **système en V** et de l’**enrouleur intelligent**, constitue une base particulièrement pertinente pour envisager le développement de cette nouvelle solution. La Section 2 présente le développement d’un simulateur de mission ROV/USV intégrant des modèles dynamiques de l’ensemble des sous-systèmes constitutifs : le ROV, l’USV, l’ombilical, le système en V et l’enrouleur. Cet outil permet, dès la phase de conception, d’évaluer les performances de la solution de gestion d’ombilical au cours de scénarios de mission représentatifs et variés, et d’orienter ainsi le choix des solutions technologiques les plus adaptées.

La Section 3 présente les études préliminaires ayant conduit au choix de la nouvelle instrumentation pour la gestion de l'ombilical. Le remplacement du capteur de courbure par deux IMUs intégrées sur l'ombilical, positionnées entre chaque bouée et le lest, améliore les informations fournies par le système en V tout en autorisant une solution d'étanchéité plus robuste face au vieillissement. Un prototype d'enrouleur intelligent a ensuite été développé. Il se compose de deux sous-ensembles : (i) le module de tension, chargé d'imposer une vitesse linéaire au câble grâce à son pincement entre deux roues dentées, et (ii) le trancaneur, garantissant un stockage compact et organisé du câble. Cette solution a été intégrée sur l'USV, et son efficacité en termes de gestion de la longueur de câble a été démontrée au travers d'une série d'expériences. De plus, des micro-interrupteurs ont été ajoutés au dispositif afin d'indiquer la direction du départ du câble depuis l'USV, ouvrant la perspective d'une exploitation de cette information dans un cadre de localisation au sein du système.

Enfin, la Section 4 a permis de valider l'intégration fonctionnelle de la solution proposée à l'aide d'un banc d'essai complet déployé dans différents environnements expérimentaux. Dans un premier temps, la capacité du dispositif à gérer automatiquement la longueur de câble au cours d'une mission a été clairement mise en évidence, en comparaison avec un scénario où celui-ci n'est pas activé. La configuration dite *semi-tendue*, maintenue grâce à cette solution, permet en effet de réduire les risques d'emmêlement du câble avec les robots ou avec l'environnement extérieur. Les deux robots peuvent ainsi réaliser différents types de trajectoires sans compromettre la mission en cours. Dans un second temps, la nouvelle instrumentation a été intégrée dans des stratégies de suivi lorsque le ROV est en opération, afin d'automatiser le pilotage du système lors de missions de longue distance ou de longue durée. En fonction du comportement du ROV, trois modes de contrôle de l'USV ont été définis. Le mode **Tracker**, destiné aux scénarios dans lesquels le ROV évolue librement à proximité immédiate de l'USV, permet à ce dernier de le suivre angulairement grâce aux micro-interrupteurs intégrés. Le mode **Cruiser**, plus adapté aux déplacements rectilignes et prolongés, autorise l'USV à accompagner le ROV sans nécessiter une connaissance précise de sa position. Le mode **Random**, représentant un compromis entre les deux précédents, a été conçu pour faire face à des déplacements spontanés ou imprévisibles du ROV. Chacun de ces modes a démontré sa pertinence dans le contexte pour lequel il a été développé, confirmant ainsi l'apport de la solution dans la problématique du suivi coordonné ROV/USV. Enfin, la nouvelle instrumentation a été exploitée dans un contexte de localisation relative, permettant d'estimer la position du ROV dans un espace défini par sa distance à l'USV, sa position angulaire par rapport au cap de ce dernier, ainsi que sa profondeur. L'estimation de la distance a pu être testée expérimentalement et a montré une précision de l'ordre de 6% par rapport à la réalité. Concernant la composante angulaire, l'instrumentation permet de déterminer la position relative du ROV avec une incertitude d'environ $\pm 20^\circ$. Cette estimation peut toutefois être améliorée et réajustée dynamiquement grâce à une méthode exploitant conjointement les deux micro-interrupteurs, au prix cependant d'un temps de calcul plus élevé.

Les perspectives de recherche qui se dessinent à l'issue de ces travaux sont nombreuses. Une première orientation concerne l'extension des expérimentations à des environnements plus représentatifs des conditions réelles rencontrées lors de missions sous-marines. Trois axes complémentaires peuvent être envisagés. Tout d'abord, l'élargissement de la surface d'opération du système permettrait de valider son comportement au cours de missions de plus grande ampleur, tant sur le plan spatial que temporel. Ensuite, l'utilisation de dispositifs reproduisant plus fidèlement les conditions de l'environnement marin et sous-marin — tels que la génération de vagues, de courants ou de houle — offrirait la possibilité d'évaluer la robustesse et la pertinence de la solution dans des contextes opérationnels réalistes. Enfin, l'expérimentation dans un milieu confiné comportant des obstacles constituerait une étape essentielle pour valider la capacité de la solution à maintenir un comportement sûr et autonome dans des environnements contraints. Cela ouvre la voie à une deuxième perspective, centrée sur l'industrialisation de la solution proposée. Les travaux présentés ont montré que la solution développée constitue une réponse pertinente à la problématique de gestion de l'ombilical au sein d'un système ROV/USV. Dans cette optique, l'enrouleur intelligent et le système en V devront faire l'objet d'optimisations afin de satisfaire les contraintes de durabilité, d'étanchéité et de compacité propre à chaque configuration réelle. Une autre perspective de recherche pourrait se concentrer sur l'approfondissement des stratégies de commande coopérative. Bien que les approches présentées dans ce manuscrit aient démontré leur pertinence, leur optimisation et leur adaptation aux contextes variés de mission restent à explorer. De telles investigations ouvriraient la voie à de nombreux travaux complémentaires, qu'il s'agisse de développer des stratégies de coopération plus complexes intégrant les trajectoires réelles de chaque robot, ou de concevoir des lois de commande adaptatives capables de prendre en compte l'évolution des conditions environnementales. Dans cette optique, la mise en place d'une machine à états, combinant les différents comportements de suivi de l'USV et réagissant à des métriques internes (liées aux trajectoires) comme à des perturbations externes, pourrait constituer un point de départ pertinent pour de futurs développements. Enfin, les apports de la solution de gestion de câble en matière de localisation relative ouvrent des perspectives intéressantes pour renforcer les procédures de *docking*, en offrant une estimation plus fiable de la position du ROV par rapport à l'USV.

En conclusion, cette thèse démontre que l'ombilical, longtemps considéré comme un facteur limitant, peut devenir une véritable ressource pour la commande et la localisation dans un système coopératif ROV/USV, à condition qu'il soit géré par un système automatisé adapté. Les résultats obtenus constituent une avancée significative vers une robotique sous-marine plus autonome, robuste et durable, tout en ouvrant des perspectives prometteuses pour la coopération multi-robots et l'exploitation raisonnée des environnements marins.

Chapitre 6

Annexes

6.1 Expression du coefficient d'allongement S'

La figure 6.1 présente un élément de câble rigide dans deux configurations différentes, dans lesquelles l'action du poids apparent est négligée.

Dans la configuration 0, l'élément de câble est encastré d'une extrémité et libre de l'autre. On parlera de configuration de "repos". Dans la configuration 1, il est également encastré d'une extrémité mais est soumis à un effort normal $\vec{N}$ à la section de l'autre extrémité. On parlera ici de "traction pure".

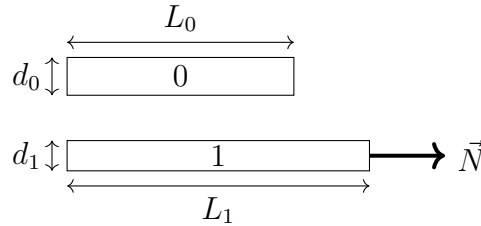


Figure 6.1 – Configurations du câble : 0 = repos, 1 = traction pure

La section de chaque configuration est exprimée dans l'Eq. 6.1 et le volume associé dans l'Eq. 6.2.

$$A_0 = \frac{\pi(d_0)^2}{4}, \quad A_1 = \frac{\pi(d_1)^2}{4} \quad (6.1)$$

$$V_0 = A_0 L_0, \quad V_1 = A_1 L_1 \quad (6.2)$$

Dans le domaine élastique, la déformation longitudinale ε_l , exprimée dans l'Eq. 6.3 permet de rendre compte de la variation de longueur d'une configuration actuelle (1) par rapport à

une configuration de référence (0). On introduit la variable S' , représentant le **coefficient d'allongement** d'une portion de câble, que l'on exprimera dans l'Eq. 6.4.

$$\varepsilon_l = \frac{(L_1 - L_0)}{L_0} \quad \Leftrightarrow \quad L_1 = (1 + \varepsilon_l)L_0 = S' L_0 \quad (6.3)$$

$$S' = (1 + \varepsilon_l) \quad \text{et} \quad S' = \frac{\partial S}{\partial s} \quad (6.4)$$

Relation entre A_1 , A_0 et S'

Dans le cas d'un matériau incompressible, on conserve l'égalité des volumes peu importe la configuration. Ainsi, la relation suivante est vraie :

$$V_1 = V_0 \quad \Leftrightarrow \quad A_1 L_1 = A_0 L_0 \quad (6.5)$$

En réinjectant l'expression de L_1 obtenue dans l'équation 6.3, on obtient la relation entre A_1 , A_0 et S' :

$$A_1 S' L_0 = A_0 L_0 \quad \Leftrightarrow \quad A_1 = \frac{A_0}{S'} \quad (6.6)$$

Relation entre d_1 , d_0 et S'

Si on s'intéresse maintenant à la relation entre les diamètres dans les deux configurations, on peut remplacer l'expression de A_1 et A_0 obtenues dans les équations 6.1 dans l'équation 6.6, ce qui donne :

$$\frac{\pi(d_1)^2}{4} = \frac{\pi(d_0)^2}{4 S'} \quad \Leftrightarrow \quad d_1 = \frac{d_0}{\sqrt{S'}} \quad (6.7)$$

Expression de S' avec la Loi de Hooke

Un modèle d'élasticité linéaire est pris en compte dans le modèle via la loi de Hooke :

$$\sigma = E \varepsilon_l \quad (6.8)$$

avec :

$$\sigma = \frac{N}{A_1} \quad \text{et} \quad \varepsilon_l = S' - 1 \quad (6.9)$$

En remplaçant l'expression de A_1 obtenue dans l'Eq. 6.6 dans l'Eq. 6.8, on obtient l'Eq. 6.10.

$$\frac{N}{\frac{A_0}{S'}} = E(S' - 1) \quad \Leftrightarrow \quad S' \frac{N}{A_0} = E(S' - 1) \quad \Leftrightarrow \quad S' = \frac{1}{1 - \frac{N}{EA_0}} \quad (6.10)$$

Cette relation permet de prendre en compte l'élongation locale du câble due à l'effort interne tangentiel au point s lors de l'établissement des équations du modèle présenté dans la section 2.2.

6.2 Détail des calculs du modèle de câble - Euler

6.2.1 Matrice de changement de base

Tout point P_s du câble se voit associé à une base orthonormale locale $B^{t,s}$, exprimée comme succession de 3 rotations unitaires depuis une base fixe B_w (Fig. 6.2). La matrice de changement de base $M_{B_j}^{B_i}$, exprimant les coordonnées d'un vecteur de la base B^i dans la base B_j , est définie pour chaque rotation intermédiaire dans les Eq. 6.11, 6.12 et 6.13, où C et S représentent les fonctions trigonométriques *cos* et *sin*.

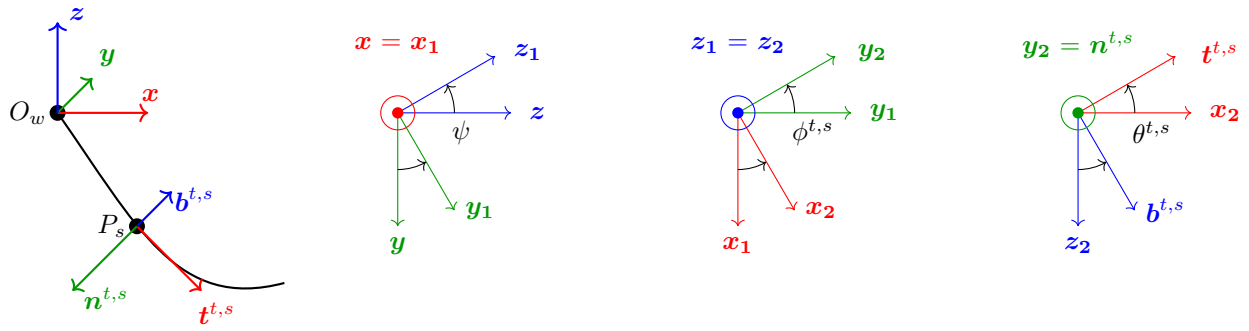


Figure 6.2 – Définition du repère local $R^{t,s}$ depuis le repère global R_w

$$M_{B_w}^{B_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\psi & -S\psi \\ 0 & S\psi & C\psi \end{bmatrix}_{B_w} \quad (6.11)$$

$$M_{B_1}^{B_2} = \begin{bmatrix} C\phi^{t,s} & -S\phi^{t,s} & 0 \\ S\phi^{t,s} & C\phi^{t,s} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{B_1} \quad (6.12)$$

$$M_{B_2}^{B^{t,s}} = \begin{bmatrix} C\theta^{t,s} & 0 & S\theta^{t,s} \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta^{t,s} & 0 & C\theta^{t,s} \end{bmatrix}_{B_2} \quad (6.13)$$

La matrice de changement de base $M_{B_w}^{B^{t,s}}$ est obtenue en Eq. 6.14 grâce à la multiplication des matrices de rotation précédemment définies.

$$\begin{aligned}
 M_{B_w}^{B^{t,s}} &= M_{B_w}^{B_1} \times M_{B_1}^{B_2} \times M_{B_2}^{B^{t,s}} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\psi & -S\psi \\ 0 & S\psi & C\psi \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C\phi^{t,s} & -S\phi^{t,s} & 0 \\ S\phi^{t,s} & C\phi^{t,s} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C\theta^{t,s} & 0 & S\theta^{t,s} \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta^{t,s} & 0 & C\theta^{t,s} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} C\phi^{t,s} & -S\phi^{t,s} & 0 \\ S\phi^{t,s}C\psi & C\phi^{t,s}C\psi & -S\psi \\ S\phi^{t,s}S\psi & C\phi^{t,s}S\psi & C\psi \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C\theta^{t,s} & 0 & S\theta^{t,s} \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta^{t,s} & 0 & C\theta^{t,s} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} C\phi^{t,s}C\theta^{t,s} & -S\phi^{t,s} & C\phi^{t,s}S\theta^{t,s} \\ S\phi^{t,s}C\psi C\theta^{t,s} + S\psi S\theta^{t,s} & C\phi^{t,s}C\psi & S\phi^{t,s}C\psi S\theta^{t,s} - S\psi C\theta^{t,s} \\ S\phi^{t,s}S\psi C\theta^{t,s} - C\psi S\theta^{t,s} & C\phi^{t,s}S\psi & S\phi^{t,s}S\psi S\theta^{t,s} + C\psi C\theta^{t,s} \end{bmatrix} \quad (6.14)
 \end{aligned}$$

Le choix a été fait de fixer $\psi = -\frac{\pi}{2}$ afin de positionner $\mathbf{n}^{t,s}$ dans la direction de $-\mathbf{z}$ lorsque $\theta^{t,s}$ et $\phi^{t,s}$ sont tous deux égaux à zéro, donnant ainsi l'expression finale de $M_{B_w}^{B^{t,s}}$ dans l'Eq. 6.15. L'expression des vecteurs $\mathbf{t}^{t,s}$, $\mathbf{n}^{t,s}$ et $\mathbf{b}^{t,s}$ dans la base B_w est alors déduite des colonnes de la matrice de passage dans l'Eq. 6.16.

$$M_{B_w}^{B^{t,s}} = \begin{bmatrix} C\phi^{t,s}C\theta^{t,s} & -S\phi^{t,s} & C\phi^{t,s}S\theta^{t,s} \\ -S\theta^{t,s} & 0 & C\theta^{t,s} \\ -S\phi^{t,s}C\theta^{t,s} & -C\phi^{t,s} & -S\phi^{t,s}S\theta^{t,s} \end{bmatrix}_{B_w} \quad (6.15)$$

$$\mathbf{t}^{t,s} = \begin{bmatrix} C\phi^{t,s}C\theta^{t,s} \\ -S\theta^{t,s} \\ -S\phi^{t,s}C\theta^{t,s} \end{bmatrix}_{B_w} \quad \mathbf{n}^{t,s} = \begin{bmatrix} -S\phi^{t,s} \\ 0 \\ -C\phi^{t,s} \end{bmatrix}_{B_w} \quad \mathbf{b}^{t,s} = \begin{bmatrix} C\phi^{t,s}S\theta^{t,s} \\ C\theta^{t,s} \\ -S\phi^{t,s}S\theta^{t,s} \end{bmatrix}_{B_w} \quad (6.16)$$

6.2.2 Dérivation des vecteurs de la base locale

L'élaboration des équations de la dynamique nous amène parfois à devoir exprimer la dérivée des vecteurs $\mathbf{t}^{t,s}$, $\mathbf{n}^{t,s}$ et $\mathbf{b}^{t,s}$ par rapport aux variables t et s dans la base $B^{t,s}$. Si $\mathbf{k}$ est un vecteur dont nous connaissons une expression dans la base B_w et x est une variable, nous pouvons les calculer de la manière suivante (Eq. 6.17).

$$\left(\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial x}\right)_{B^{t,s}} = M_{B^{t,s}}^{B_w} \times \left(\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial x}\right)_{B_w} \quad (6.17)$$

avec :

$$M_{B^{t,s}}^{B_w} = \left(M_{B_w}^{B^{t,s}}\right)^T = \begin{bmatrix} C\phi^{t,s}C\theta^{t,s} & -S\theta^{t,s} & -S\phi^{t,s}C\theta^{t,s} \\ -S\phi^{t,s} & 0 & -C\phi^{t,s} \\ C\phi^{t,s}S\theta^{t,s} & C\theta^{t,s} & -S\phi^{t,s}S\theta^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.18)$$

Ayant obtenu leur expression dans la base B_w (Eq. 6.16), nous pouvons appliquer la méthode précédente. On notera $\phi' = \frac{\partial \phi}{\partial x}$ et $\theta' = \frac{\partial \theta}{\partial x}$. Pour simplifier les notations, on notera également $\mathbf{t} = \mathbf{t}^{t,s}$, $\mathbf{n} = \mathbf{n}^{t,s}$, $\mathbf{b} = \mathbf{b}^{t,s}$, $\theta = \theta^{t,s}$ et $\phi = \phi^{t,s}$.

Dérivation des vecteurs $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$ et $\mathbf{b}$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{t}}{\partial x}\right)_{B_w} = \begin{bmatrix} -\phi'S\phi C\theta - \theta'C\phi S\theta \\ -\theta'C\theta \\ -\phi'C\phi C\theta + \theta'S\phi S\theta \end{bmatrix}_{B_w} \quad (6.19)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \mathbf{t}}{\partial x}\right)_{B^{t,s}} &= \begin{bmatrix} C\phi C\theta & -S\theta & -S\phi C\theta \\ -S\phi & 0 & -C\phi \\ C\phi S\theta & C\theta & -S\phi S\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\phi'S\phi C\theta - \theta'C\phi S\theta \\ -\theta'C\theta \\ -\phi'C\phi C\theta + \theta'S\phi S\theta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -C\phi C\theta(\phi'S\phi C\theta + \theta'C\phi S\theta) + \theta'S\theta C\theta - S\phi C\theta(\theta'S\phi S\theta - \phi'C\phi C\theta) \\ S\phi(\phi'S\phi C\theta + \theta'C\phi S\theta) - C\phi(\theta'S\phi S\theta - \phi'C\phi C\theta) \\ -C\phi S\theta(\phi'S\phi C\theta + \theta'C\phi S\theta) - \theta'(C\theta)^2 - S\phi S\theta(\theta'S\phi S\theta - \phi'C\phi C\theta) \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \\ &= \begin{bmatrix} -\phi'S\phi C\phi(C\theta)^2 - \theta'S\theta C\theta(C\phi)^2 + \theta'S\theta C\theta - \theta'S\theta C\theta(S\phi)^2 + \phi'S\phi C\phi(C\theta)^2 \\ \phi'C\theta(S\phi)^2 + \theta'S\theta S\phi C\phi - \theta'S\phi S\theta C\phi + \phi'C\theta(C\phi)^2 \\ -\phi'C\phi S\theta S\phi C\theta - \theta'(C\phi)^2(S\theta)^2 - \theta'(C\theta)^2 - \theta'(S\phi)^2(S\theta)^2 + \phi'C\phi C\theta S\phi S\theta \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ \phi'C\theta \\ -\theta' \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.20) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x}\right)_{B_w} = \begin{bmatrix} -\phi' C \phi \\ 0 \\ \phi' S \phi \end{bmatrix}_{B_w} \quad (6.21)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x}\right)_{B^{t,s}} &= \begin{bmatrix} C \phi C \theta & -S \theta & -S \phi C \theta \\ -S \phi & 0 & -C \phi \\ C \phi S \theta & C \theta & -S \phi S \theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\phi' C \phi \\ 0 \\ \phi' S \phi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\phi' (C \phi)^2 C \theta - \phi' (S \phi)^2 C \theta \\ \phi' C \phi S \phi - \phi' S \phi C \phi \\ -\phi' (C \phi)^2 S \theta - \phi' (S \phi)^2 S \theta \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \\ &= \begin{bmatrix} -\phi' C \theta \\ 0 \\ -\phi' S \theta \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \end{aligned} \quad (6.22)$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x}\right)_{B_w} = \begin{bmatrix} -\phi' S \phi S \theta + \theta' C \phi C \theta \\ -\theta' S \theta \\ -\phi' C \phi S \theta - \theta' S \phi C \theta \end{bmatrix}_{B_w} \quad (6.23)$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x}\right)_{B^{t,s}} &= \begin{bmatrix} C\phi C\theta & -S\theta & -S\phi C\theta \\ -S\phi & 0 & -C\phi \\ C\phi S\theta & C\theta & -S\phi S\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\phi' S\phi S\theta + \theta' C\phi C\theta \\ -\theta' S\theta \\ -\phi' C\phi S\theta - \theta' S\phi C\theta \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} C\phi C\theta(\theta' C\phi C\theta - \phi' S\phi S\theta) + \theta'(S\theta)^2 + S\phi C\theta(\phi' C\phi S\theta + \theta' S\phi C\theta) \\ -S\phi(\theta' C\phi C\theta - \phi' S\phi S\theta) + C\phi(\phi' C\phi S\theta + \theta' S\phi C\theta) \\ C\phi S\theta(\theta' C\phi C\theta - \phi' S\phi S\theta) - \theta' C\theta S\theta + S\phi S\theta(\phi' C\phi S\theta + \theta' S\phi C\theta) \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \\
&= \begin{bmatrix} \theta'(C\phi)^2(C\theta)^2 - \phi' S\phi S\theta C\phi C\theta + \theta'(S\theta)^2 + \phi' C\phi S\theta S\phi C\theta + \theta'(S\phi)^2(C\theta)^2 \\ -\theta' S\phi C\phi C\theta + \phi'(S\phi)^2 S\theta + \phi'(C\phi)^2 S\theta + \theta' S\phi C\phi C\theta \\ \theta'(C\phi)^2 C\theta S\theta - \phi' S\phi(S\theta)^2 C\phi - \theta' C\theta S\theta + \phi' S\phi C\phi(S\theta)^2 + \theta'(S\phi)^2 C\theta S\theta \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \\
&= \begin{bmatrix} \theta' \\ \phi' S\theta \\ 0 \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \tag{6.24}
\end{aligned}$$

6.2.3 Expressions analytiques des équations

Comme précisé dans la Tab. 2.2 de la Sec. 2.2.3, le formalisme des angles d'Euler nécessite l'élaboration de $8N$ équations discrètes.

6.2.3.1 Principe fondamental de la dynamique

Le principe fondamental de la dynamique sous sa version linéique et appliqué à un instant t et en tout point s est rappelé dans l'Eq. 6.25. L'expression analytique de chaque terme est détaillée par la suite.

$$\frac{\partial}{\partial S} \mathbf{T}^{t,s} + \mathbf{W}^{t,s} + \mathbf{F}^{t,s} + \mathbf{B}_A^{t,s} = \mathbf{0} \tag{6.25}$$

avec :

- S : la variable représentant l'abscisse curviligne étirée
- $\mathbf{T}^{t,s}$: le vecteur des efforts internes à l'instant t et au point s
- $\mathbf{W}^{t,s}$: le vecteur du poids apparent linéique à l'instant t et au point s
- $\mathbf{F}^{t,s}$: le vecteur de forces de frottement linéique à l'instant t et au point s
- $\mathbf{B}_A^{t,s}$: le vecteur des forces de d'Alembert linéique à l'instant t et au point s

Expression de $\frac{\partial}{\partial S} \mathbf{T}^{t,s}$

Le vecteur $\mathbf{T}^{t,s}$ est défini dans l'équation Eq. 6.26. Par le théorème de dérivation des fonctions composées, on peut décomposer l'expression de $\frac{\partial}{\partial S} \mathbf{T}^{t,s}$ (voir Eq. 6.27).

$$\mathbf{T}^{t,s} = \begin{bmatrix} T_t^{t,s} \\ T_n^{t,s} \\ T_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.26)$$

$$\frac{\partial}{\partial S} \mathbf{T}^{t,s} = \frac{\partial s}{\partial S} \frac{\partial}{\partial s} \mathbf{T}^{t,s} = \frac{1}{S'} \frac{\partial}{\partial s} \mathbf{T}^{t,s} \quad (6.27)$$

L'expression du terme $\frac{\partial}{\partial s} \mathbf{T}^{t,s}$ peut être décomposée de manière élémentaire (voir Eq. 6.28).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} \mathbf{T}^{t,s} &= \frac{\partial}{\partial s} \begin{bmatrix} T_t^{t,s} \\ T_n^{t,s} \\ T_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \\ &= \frac{\partial}{\partial s} \left(T_t^{t,s} \mathbf{t}^{t,s} + T_n^{t,s} \mathbf{n}^{t,s} + T_b^{t,s} \mathbf{b}^{t,s} \right) \\ &= \frac{\partial T_t^{t,s}}{\partial s} \mathbf{t}^{t,s} + T_t^{t,s} \frac{\partial \mathbf{t}^{t,s}}{\partial s} + \frac{\partial T_n^{t,s}}{\partial s} \mathbf{n}^{t,s} + T_n^{t,s} \frac{\partial \mathbf{n}^{t,s}}{\partial s} + \frac{\partial T_b^{t,s}}{\partial s} \mathbf{b}^{t,s} + T_b^{t,s} \frac{\partial \mathbf{b}^{t,s}}{\partial s} \end{aligned} \quad (6.28)$$

Or on connaît une expression de $\frac{\partial \mathbf{t}^{t,s}}{\partial s}$, $\frac{\partial \mathbf{n}^{t,s}}{\partial s}$ et $\frac{\partial \mathbf{b}^{t,s}}{\partial s}$ dans la base $B^{t,s}$ (Eq. 6.29).

$$\frac{\partial \mathbf{t}^{t,s}}{\partial s} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} C \theta^{t,s} \\ -\frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}}, \quad \frac{\partial \mathbf{n}^{t,s}}{\partial s} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} C \theta^{t,s} \\ 0 \\ -\frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} S \theta^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}}, \quad \frac{\partial \mathbf{b}^{t,s}}{\partial s} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial s} \\ \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} S \theta^{t,s} \\ 0 \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.29)$$

On obtient ainsi l'expression analytique de $\frac{\partial}{\partial S} \mathbf{T}^{t,s}$ dans l'Eq. 6.30.

$$\frac{\partial}{\partial S} \mathbf{T}^{t,s} = \frac{1}{S'} \begin{bmatrix} \frac{\partial T_t^{t,s}}{\partial s} - T_n^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} C \theta^{t,s} + T_b^{t,s} \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial s} \\ T_t^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} C \theta^{t,s} + \frac{\partial T_n^{t,s}}{\partial s} + T_b^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} S \theta^{t,s} \\ -T_t^{t,s} \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial s} - T_n^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} S \theta^{t,s} + \frac{\partial T_b^{t,s}}{\partial s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.30)$$

Expression de $\mathbf{W}^{t,s}$

L'expression analytique du vecteur $\mathbf{W}^{t,s}$ est définie dans l'Eq. 6.31.

$$\mathbf{W}^{t,s} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -w \end{bmatrix}_{B_w} \quad (6.31)$$

où w est le poids apparent linéique, prenant en compte la masse du câble ainsi que la poussée d'Archimède s'appliquant sur lui, ramenés par unité de longueur. Son expression analytique est définie dans l'Eq. 6.32.

$$w = \rho_{cable} A^{t,s} g - \rho_{eau} A^{t,s} g = (\rho_{cable} - \rho_{eau}) \frac{A_0}{S'} g = \frac{(\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g}{S'} \quad (6.32)$$

La projection du vecteur $\mathbf{W}^{t,s}$ dans la base $B^{t,s}$ donne :

$$\begin{aligned} (\mathbf{W}^{t,s})_{B^{t,s}} &= M_{B^{t,s}}^{B_w} \times (\mathbf{W}^{t,s})_{B_w} \\ &= \begin{bmatrix} C\phi^{t,s} C\theta^{t,s} & -S\theta^{t,s} & -S\phi^{t,s} C\theta^{t,s} \\ -S\phi^{t,s} & 0 & -C\phi^{t,s} \\ C\phi^{t,s} S\theta^{t,s} & C\theta^{t,s} & -S\phi^{t,s} S\theta^{t,s} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{(\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g}{S'} \end{bmatrix}_{B_w} \\ &= \frac{1}{S'} \begin{bmatrix} (\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g S\phi^{t,s} C\theta^{t,s} \\ (\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g C\phi^{t,s} \\ (\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g S\phi^{t,s} S\theta^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \end{aligned} \quad (6.33)$$

Expression de $\mathbf{F}^{t,s}$

Le vecteur $\mathbf{F}^{t,s}$ prend en compte les forces de frottements fluides liées au mouvement du câble par rapport à son environnement, ramenés à par unité de longueur. Il est défini de la manière suivante :

$$\mathbf{F}^{t,s} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho_{env}d^{t,s}\pi C_t U_t^{t,s} |U_t^{t,s}| \\ -\frac{1}{2}\rho_{env}d^{t,s}C_n U_n^{t,s} \sqrt{(U_n^{t,s})^2 + (U_b^{t,s})^2} \\ -\frac{1}{2}\rho_{env}d^{t,s}C_n U_b^{t,s} \sqrt{(U_n^{t,s})^2 + (U_b^{t,s})^2} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.34)$$

avec :

- C_t, C_n : les coefficients de frottements fluides tangentiels et normales du câble
- $\rho_{env} = \rho_{eau}$: la masse volumique de l'environnement dans lequel évolue le câble
- $U_t^{t,s}, U_n^{t,s}, U_b^{t,s}$: les vitesses relatives du câble dans $B^{t,s}$ en m/s

Étant dans le cadre d'une modélisation en environnement sous-marin, le **vecteur de courant** $\mathbf{J}^{t,s}$, est défini dans l'Eq. 6.35 afin de prendre en compte le mouvement en tout point du fluide dans lequel se trouve le câble. Ainsi, l'expression analytique du vecteur de vitesses relatives du câble $\mathbf{U}^{t,s}$ sera déterminée (Eq. 6.36)

$$\mathbf{J}^{t,s} = \begin{bmatrix} J_t^{t,s} \\ J_n^{t,s} \\ J_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.35)$$

$$\mathbf{U}^{t,s} = \begin{bmatrix} U_t^{t,s} \\ U_n^{t,s} \\ U_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} = \begin{bmatrix} V_t^{t,s} - J_t^{t,s} \\ V_n^{t,s} - J_n^{t,s} \\ V_b^{t,s} - J_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.36)$$

En remplaçant l'expression de $d^{t,s}$ par la relation tenant compte de l'élongation obtenue dans l'Eq. 6.7 de la section 6.1, on obtient l'expression analytique finale de $\mathbf{F}^{t,s}$ (voir Eq. 6.37).

$$\mathbf{F}^{t,s} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho_{eau}\frac{d_0}{\sqrt{S^t}}\pi C_t (V_t^{t,s} - J_t^{t,s}) |V_t^{t,s} - J_t^{t,s}| \\ -\frac{1}{2}\rho_{eau}\frac{d_0}{\sqrt{S^t}}C_n (V_n^{t,s} - J_n^{t,s}) \sqrt{(V_n^{t,s} - J_n^{t,s})^2 + (V_b^{t,s} - J_b^{t,s})^2} \\ -\frac{1}{2}\rho_{eau}\frac{d_0}{\sqrt{S^t}}C_n (V_b^{t,s} - J_b^{t,s}) \sqrt{(V_n^{t,s} - J_n^{t,s})^2 + (V_b^{t,s} - J_b^{t,s})^2} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.37)$$

Expression de $\mathbf{B}_A^{t,s}$

On définit un vecteur $\mathbf{B}_A^{t,s}$ représentant la quantité d'accélération du câble et prenant en compte l'effet de la masse ajoutée, terme inertiel que l'on ajoute à notre modèle, rendant compte de l'accélération du fluide dans lequel on se déplace. Ce vecteur est appelé "forces de d'Alembert" et son expression analytique dans la base $B^{t,s}$ est définie en Eq. 6.38.

$$\mathbf{B}_A^{t,s} = -\frac{\partial}{\partial t} \left((\rho_{cable} A^{t,s} + \rho_{eau} A^{t,s}) \mathbf{V}^{t,s} - \rho_{eau} A^{t,s} (\mathbf{J}^{t,s} + (\mathbf{U}^{t,s} \cdot \mathbf{t}^{t,s}) \mathbf{t}^{t,s}) \right) \quad (6.38)$$

Ce calcul analytique, étant un peu plus complexe que les autres, sera détaillé dans les équations suivantes.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_A^{t,s} &= -\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho_{cable} A^{t,s} V_t^{t,s} + \rho_{eau} A^{t,s} V_t^{t,s} - \rho_{eau} A^{t,s} J_t^{t,s} - \rho_{eau} A^{t,s} U_t^{t,s} \\ \rho_{cable} A^{t,s} V_n^{t,s} + \rho_{eau} A^{t,s} V_n^{t,s} - \rho_{eau} A^{t,s} J_n^{t,s} \\ \rho_{cable} A^{t,s} V_b^{t,s} + \rho_{eau} A^{t,s} V_b^{t,s} - \rho_{eau} A^{t,s} J_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \\ &= -\frac{1}{S'} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho_{cable} A_0 V_t^{t,s} \\ \rho_{cable} A_0 V_n^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_n^{t,s} - J_n^{t,s}) \\ \rho_{cable} A_0 V_b^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_b^{t,s} - J_b^{t,s}) \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \end{aligned} \quad (6.39)$$

$$= -\frac{1}{S'} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho_{cable} A_0 V_t^{t,s} \\ \rho_{cable} A_0 V_n^{t,s} + \rho_{eau} A_0 U_n^{t,s} \\ \rho_{cable} A_0 V_b^{t,s} + \rho_{eau} A_0 U_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.40)$$

Le calcul de la dérivé de l'Eq. 6.39 est effectué dans l'Eq. en simplifiant la notation.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho_{cable} A_0 V_t^{t,s} \\ \rho_{cable} A_0 V_n^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_n^{t,s} - J_n^{t,s}) \\ \rho_{cable} A_0 V_b^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_b^{t,s} - J_b^{t,s}) \end{bmatrix}_{B^{t,s}} &= \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} x_t \\ x_n \\ x_b \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \\ &= \frac{\partial x_t}{\partial t} \mathbf{t}^{t,s} + x_t \frac{\partial \mathbf{t}^{t,s}}{\partial t} + \frac{\partial x_n}{\partial t} \mathbf{n}^{t,s} + x_n \frac{\partial \mathbf{n}^{t,s}}{\partial t} + \frac{\partial x_b}{\partial t} \mathbf{b}^{t,s} + x_b \frac{\partial \mathbf{b}^{t,s}}{\partial t} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x_t}{\partial t} - x_n \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial t} C \theta^{t,s} + x_b \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial t} \\ x_t \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial t} C \theta^{t,s} + \frac{\partial x_n}{\partial t} + x_b \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial t} S \theta^{t,s} \\ -x_t \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial t} - x_n \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial t} S \theta^{t,s} + \frac{\partial x_b}{\partial t} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \end{aligned} \quad (6.41)$$

avec :

$$\frac{\partial x_t}{\partial t} = \rho_{cable} A_0 \frac{\partial V_t^{t,s}}{\partial t} \quad (6.42)$$

$$\frac{\partial x_n}{\partial t} = (\rho_{cable} + \rho_{eau}) A_0 \frac{\partial V_n^{t,s}}{\partial t} - \rho_{eau} A_0 \frac{\partial J_n^{t,s}}{\partial t} \quad (6.43)$$

$$\frac{\partial x_b}{\partial t} = (\rho_{cable} + \rho_{eau}) A_0 \frac{\partial V_b^{t,s}}{\partial t} - \rho_{eau} A_0 \frac{\partial J_b^{t,s}}{\partial t} \quad (6.44)$$

En remplaçant ces valeurs, on obtient l'Eq. 6.45.

$$\mathbf{B}_A^{t,s} = -\frac{1}{S'} \begin{bmatrix} \rho_{cable} A_0 \frac{\partial V_t^{t,s}}{\partial t} - (\rho_{cable} A_0 V_n^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_n^{t,s} - J_n^{t,s})) \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial t} C \theta^{t,s} \\ + \left(\rho_{cable} A_0 V_b^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_b^{t,s} - J_b^{t,s}) \right) \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial t} \\ \rho_{cable} A_0 V_t^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial t} C \theta^{t,s} + (\rho_{cable} + \rho_{eau}) A_0 \frac{\partial V_n^{t,s}}{\partial t} - \rho_{eau} A_0 \frac{\partial J_n^{t,s}}{\partial t} \\ + \left(\rho_{cable} A_0 V_b^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_b^{t,s} - J_b^{t,s}) \right) \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial t} S \theta^{t,s} \\ - \rho_{cable} A_0 V_t^{t,s} \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial t} - (\rho_{cable} A_0 V_n^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_n^{t,s} - J_n^{t,s})) \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial t} S \theta^{t,s} \\ + (\rho_{cable} + \rho_{eau}) A_0 \frac{\partial V_b^{t,s}}{\partial t} - \rho_{eau} A_0 \frac{\partial J_b^{t,s}}{\partial t} \end{bmatrix}_{B^{t,s}}$$

Mise sous forme matricielle

En remplaçant l'expression de chaque terme de l'Eq. 6.25 et en multipliant par S' , on obtient l'Eq. 6.45.

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{array}{c} \frac{\partial T_t^{t,s}}{\partial s} - T_n^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} C \theta^{t,s} + T_b^{t,s} \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial s} \\ T_t^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} C \theta^{t,s} + \frac{\partial T_n^{t,s}}{\partial s} + T_b^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} S \theta^{t,s} \\ -T_t^{t,s} \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial s} - T_n^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} S \theta^{t,s} + \frac{\partial T_b^{t,s}}{\partial s} \end{array} \right]_{B^{t,s}} + \left[\begin{array}{c} (\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g S \phi^{t,s} C \theta^{t,s} \\ (\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g C \phi^{t,s} \\ (\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g S \phi^{t,s} S \theta^{t,s} \end{array} \right]_{B^{t,s}} \\
& - \left[\begin{array}{c} \frac{1}{2} \rho_{eau} d_0 \sqrt{S'} \pi C_t (V_t^{t,s} - J_t^{t,s}) |(V_t^{t,s} - J_t^{t,s})| \\ \frac{1}{2} \rho_{eau} d_0 \sqrt{S'} C_n (V_n^{t,s} - J_n^{t,s}) \sqrt{(V_n^{t,s} - J_n^{t,s})^2 + (V_b^{t,s} - J_b^{t,s})^2} \\ \frac{1}{2} \rho_{eau} d_0 \sqrt{S'} C_n (V_b^{t,s} - J_b^{t,s}) \sqrt{(V_n^{t,s} - J_n^{t,s})^2 + (V_b^{t,s} - J_b^{t,s})^2} \end{array} \right]_{B^{t,s}} \\
& - \left[\begin{array}{c} \rho_{cable} A_0 \frac{\partial V_t^{t,s}}{\partial t} - (\rho_{cable} A_0 V_n^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_n^{t,s} - J_n^{t,s})) \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial t} C \theta^{t,s} \\ \quad + (\rho_{cable} A_0 V_b^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_b^{t,s} - J_b^{t,s})) \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial t} \\ \rho_{cable} A_0 V_t^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial t} C \theta^{t,s} + (\rho_{cable} + \rho_{eau}) A_0 \frac{\partial V_n^{t,s}}{\partial t} - \rho_{eau} A_0 \frac{\partial J_n^{t,s}}{\partial t} \\ \quad + (\rho_{cable} A_0 V_b^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_b^{t,s} - J_b^{t,s})) \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial t} S \theta^{t,s} \\ -\rho_{cable} A_0 V_t^{t,s} \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial t} - (\rho_{cable} A_0 V_n^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_n^{t,s} - J_n^{t,s})) \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial t} S \theta^{t,s} \\ \quad + (\rho_{cable} + \rho_{eau}) A_0 \frac{\partial V_b^{t,s}}{\partial t} - \rho_{eau} A_0 \frac{\partial J_b^{t,s}}{\partial t} \end{array} \right]_{B^{t,s}} = \mathbf{0} \quad (6.45)
\end{aligned}$$

Cette expression peut être mise sous matricielle (Eq. 6.46).

$$M_{PFD}^{t,s} \times \frac{\partial \mathbf{Y}^{t,s}}{\partial s} + N_{PFD}^{t,s} \times \frac{\partial \mathbf{Y}^{t,s}}{\partial t} + q_{PFD}^{t,s} = \mathbf{0} \quad (6.46)$$

avec :

$$M_{PFD}^{t,s} = \left[\begin{array}{cccccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_b^{t,s} & -T_n^{t,s} C \theta^{t,s} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_t^{t,s} C \theta^{t,s} + T_b^{t,s} S \theta^{t,s} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -T_t^{t,s} & -T_n^{t,s} S \theta^{t,s} \end{array} \right]_{B^{t,s}} \quad (6.47)$$

$$N_{PFD}^{t,s} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & N_{14} & 0 & 0 & N_{17} & N_{18} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_{25} & 0 & 0 & N_{28} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{36} & N_{37} & N_{38} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.48)$$

$$\begin{aligned} N_{14} &= -\rho_{cable} A_0 \\ N_{17} &= -\left(\rho_{cable} A_0 V_b^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_b^{t,s} - J_b^{t,s})\right) \\ N_{18} &= \left(\rho_{cable} A_0 V_n^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_n^{t,s} - J_n^{t,s})\right) C \theta^{t,s} \\ N_{25} &= -(\rho_{cable} + \rho_{eau}) A_0 \\ N_{28} &= -\left(\rho_{cable} A_0 V_t^{t,s} C \theta^{t,s} + \left(\rho_{cable} A_0 V_b^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_b^{t,s} - J_b^{t,s})\right) S \theta^{t,s}\right) \\ N_{36} &= -(\rho_{cable} + \rho_{eau}) A_0 \\ N_{37} &= \rho_{cable} A_0 V_t^{t,s} \\ N_{38} &= \left(\rho_{cable} A_0 V_n^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_n^{t,s} - J_n^{t,s})\right) S \theta^{t,s} \end{aligned}$$

$$q_{PFD}^{t,s} = \begin{bmatrix} (\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g S \phi^{t,s} C \theta^{t,s} \\ -\frac{1}{2} \rho_{eau} d_0 \sqrt{S'} \pi C_t (V_t^{t,s} - J_t^{t,s}) |(V_t^{t,s} - J_t^{t,s})| \\ (\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g C \phi^{t,s} \\ -\frac{1}{2} \rho_{eau} d_0 \sqrt{S'} C_n (V_n^{t,s} - J_n^{t,s}) \sqrt{(V_n^{t,s} - J_n^{t,s})^2 + (V_b^{t,s} - J_b^{t,s})^2} \\ + \rho_{eau} A_0 \frac{\partial J_n^{t,s}}{\partial t} \\ (\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g S \phi^{t,s} S \theta^{t,s} \\ -\frac{1}{2} \rho_{eau} d_0 \sqrt{S'} C_n (V_b^{t,s} - J_b^{t,s}) \sqrt{(V_n^{t,s} - J_n^{t,s})^2 + (V_b^{t,s} - J_b^{t,s})^2} \\ + \rho_{eau} A_0 \frac{\partial J_b^{t,s}}{\partial t} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.49)$$

6.2.3.2 Théorème de Schwarz

Le théorème de Schwarz, aussi appelé **relation de compatibilité** ou **théorème de symétrie des dérivées croisées**, est un théorème d'analyse assurant la continuité d'une fonction vis-à-vis de ses dérivées partielles composées. En appliquant ce théorème au vecteur position $\mathbf{P}_s$ d'un point du câble sur ses dépendances spatiales et temporelles, nous obtenons une relation entre la variation spatiale des vitesses de P_s et la variation temporelle son l'élongation (voir Eq. 6.50).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{P}_s &= \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial s} \mathbf{P}_s \\ \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s} \begin{bmatrix} V_t^{t,s} \\ V_n^{t,s} \\ V_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} &= \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} S' \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \end{aligned} \quad (6.50)$$

avec :

$$\frac{\partial}{\partial s} \begin{bmatrix} V_t^{t,s} \\ V_n^{t,s} \\ V_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} = \frac{\partial V_t^{t,s}}{\partial s} \mathbf{t}^{t,s} + V_t^{t,s} \frac{\partial \mathbf{t}^{t,s}}{\partial s} + \frac{\partial V_n^{t,s}}{\partial s} \mathbf{n}^{t,s} + V_n^{t,s} \frac{\partial \mathbf{n}^{t,s}}{\partial s} + \frac{\partial V_b^{t,s}}{\partial s} \mathbf{b}^{t,s} + V_b^{t,s} \frac{\partial \mathbf{b}^{t,s}}{\partial s} \quad (6.51)$$

et :

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} S' \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{B^{t,s}} = \frac{\partial S'}{\partial t} \mathbf{t}^{t,s} + S' \frac{\partial \mathbf{t}^{t,s}}{\partial t} \quad (6.52)$$

En remplaçant les expressions des dérivées de vecteur précédemment calculées, on obtient finalement l'expression analytique du théorème de Schwarz (Eq. 6.53).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial V_t^{t,s}}{\partial s} - V_n^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} C \theta^{t,s} + V_b^{t,s} \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial s} \\ V_t^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} C \theta^{t,s} + \frac{\partial V_n^{t,s}}{\partial s} + V_b^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} S \theta^{t,s} \\ -V_t^{t,s} \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial s} - V_n^{t,s} \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial s} S \theta^{t,s} + \frac{\partial V_b^{t,s}}{\partial s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} - \begin{bmatrix} \frac{\partial S'}{\partial t} \\ S' \frac{\partial \phi^{t,s}}{\partial t} C \theta^{t,s} \\ -S' \frac{\partial \theta^{t,s}}{\partial t} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} = \mathbf{0} \quad (6.53)$$

Cette expression peut être mise sous matricielle (Eq. 6.54).

$$M_{SCH}^{t,s} \times \frac{\partial \mathbf{Y}^{t,s}}{\partial s} + N_{SCH}^{t,s} \times \frac{\partial \mathbf{Y}^{t,s}}{\partial t} + q_{SCH}^{t,s} = \mathbf{0} \quad (6.54)$$

avec :

$$M_{SCH}^{t,s} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & V_b^{t,s} & -V_n^{t,s}C\theta^{t,s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & V_t^{t,s}C\theta^{t,s} + V_b^{t,s}S\theta^{t,s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -V_t^{t,s} & -V_n^{t,s}S\theta^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.55)$$

$$N_{SCH}^{t,s} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -S'C\theta^{t,s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S' & 0 \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.56)$$

$$q_{PFD}^{t,s} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial S'}{\partial t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.57)$$

6.2.3.3 Théorème du moment cinétique

La figure 6.3 présente une configuration du câble permettant d'illustrer le calcul du théorème du moment cinétique.

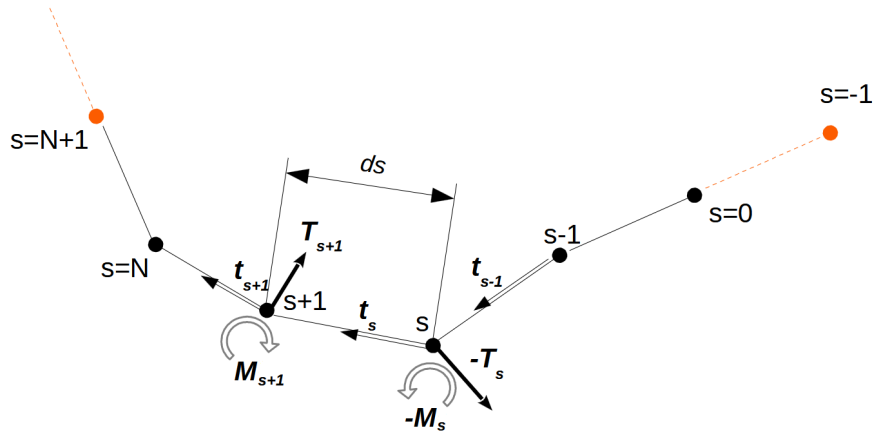


Figure 6.3 – Modèle du câble pour le calcul du TMC

avec :

- $\mathbf{W}$: le vecteur du poids apparent linéique
- $\mathbf{F}$: le vecteur de forces de frottement linéique
- $\mathbf{B}_a$: le vecteur des forces de D'Alembert linéique due à la masse ajoutée
- $\mathbf{B}_{cable}$: le vecteur des forces de D'Alembert linéique due à l'inertie du câble
- $-\mathbf{T}_s$: le vecteur de forces de tension exercé par $[0, s]$ sur $[s, s+1]$
- $\mathbf{T}_{s+1}$: le vecteur de forces de tension exercé par $[s+1, N]$ sur $[s, s+1]$
- $-\mathbf{M}_s$: le vecteur de moments exercé par $[0, s]$ sur $[s, s+1]$
- $\mathbf{M}_{s+1}$: le vecteur de moments exercé par $[s+1, N]$ sur $[s, s+1]$

Le théorème du moment cinétique (TMC) relatif à un point fixe O est exprimé en Eq. 6.58, où σ_O est le moment cinétique exprimé au point O , $\mathbf{r}_{ij}$ est le vecteur $\vec{ij}$ et dM est un élément de longueur le long de ds .

$$\left\{ \frac{d}{dt} \sigma_O \right\}_{R_{world}} = \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times (\mathbf{W} + \mathbf{F} + \mathbf{B}_a) \cdot dM + \mathbf{r}_{OS_{+1}} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{OS} \times -\mathbf{T}_s + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \quad (6.58)$$

Le calcul de la dérivée du moment cinétique est présenté en Eq. 6.59, où dm est un élément de masse, m est la masse linéique du câble non étiré, S' est défini dans l'Eq 6.10. Les variables t , s et S représentent respectivement le temps, l'abscisse curviligne non étirée et étirée.

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{d}{dt} \sigma_O \right\}_{R_{world}} &= \frac{d}{dt} \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times \mathbf{V}(M) \cdot dm \\ &= \frac{d}{dt} \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times \mathbf{V}(M) \cdot \frac{m}{S'} dl \\ &= \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times \frac{\partial}{\partial t} \left(\mathbf{V}(M) \cdot \frac{m}{S'} \right) dl \\ &= \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times (-\mathbf{B}_{cable}) \cdot dl \end{aligned} \quad (6.59)$$

En injectant cette expression dans l'Eq. 6.58, on obtient l'Eq. 6.61.

$$\begin{aligned}
 \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times (-\mathbf{B}_{cable}).dl &= \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times (\mathbf{W} + \mathbf{F} + \mathbf{B}_a).dM \\
 &\quad + \mathbf{r}_{OS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{OS} \times -\mathbf{T}_s \\
 &\quad + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
 \Leftrightarrow \mathbf{0} &= \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times (\mathbf{W} + \mathbf{F} + \mathbf{B}_a + \mathbf{B}_{cable}).dM \\
 &\quad + \mathbf{r}_{OS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{OS} \times -\mathbf{T}_s + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
 \Leftrightarrow \mathbf{0} &= \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times \left(-\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial s} \right).dM \tag{6.60} \\
 &\quad + \mathbf{r}_{OS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{OS} \times -\mathbf{T}_s + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \tag{6.61}
 \end{aligned}$$

En faisant l'approximation que $\mathbf{T}_{s+1} = \mathbf{T}_s + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial s}.ds$, on arrive à simplifier le terme intégral (Eq. 6.62).

$$\begin{aligned}
 &\int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times \left(-\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial s} \right).dM \\
 &= \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times \left(-\frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \right).dM \\
 &= \int_{s,s+1} \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OM}.dM \\
 &= \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM}.dM \\
 &= \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \int_{s,s+1} (\mathbf{r}_{OS} + \mathbf{r}_{SM}).dM \\
 &= \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \left(\int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OS}.dM + \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{SM}.dM \right) \\
 &= \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \left(ds\mathbf{r}_{OS} + \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{SM}.dM \right) \\
 &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{SM}.dM \\
 &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \int_{s,s+1} M\mathbf{t}_s.dM \\
 &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds^2/2 \\
 &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds/2 \tag{6.62}
 \end{aligned}$$

On peut alors injecter cette expression simplifiée dans l'Eq. 6.58.

$$\begin{aligned}
\mathbf{0} &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds/2 \\
&\quad + \mathbf{r}_{OS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{OS} \times -\mathbf{T}_s \\
&\quad + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
\\
\Leftrightarrow \mathbf{0} &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds/2 \\
&\quad + \mathbf{r}_{OS} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{SS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{OS} \times -\mathbf{T}_s \\
&\quad + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
\\
\Leftrightarrow \mathbf{0} &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds/2 \\
&\quad + \mathbf{r}_{OS} \times (\mathbf{T}_{s+1} - \mathbf{T}_s) + \mathbf{r}_{SS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} \\
&\quad + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
\\
\Leftrightarrow \mathbf{0} &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds/2 + \mathbf{r}_{SS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
\\
\Leftrightarrow \mathbf{0} &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds/2 + d\mathbf{s} \mathbf{t}_s \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
\\
\Leftrightarrow \mathbf{0} &= (\mathbf{T}_{S+1} + \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds/2 + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s
\end{aligned} \tag{6.63}$$

En divisant par ds et en faisant tendre $s+1$ vers s , on arrive à une expression analytique pour le théorème du moment cinétique (Eq. 6.64).

$$\mathbf{t}_s \times \mathbf{T}_s + \frac{\partial \mathbf{M}_s}{\partial s} = \mathbf{0} \tag{6.64}$$

Les moments de force exercés par les segments voisins sur le segment $[s, s+1]$ proviennent des sollicitations intrinsèques au changement d'orientation, caractérisées par la *flexion* et la *torsion* (Eq. 6.65).

$$\mathbf{M}_s = \mathbf{M}_{f_s} + \mathbf{M}_{T_s} \tag{6.65}$$

Le moment de flexion $\mathbf{M}_{f_s}$ peut être exprimé par la théorie de la résistance des matériaux (Eq. 6.66), où E représente le Module d'Young, I est le moment quadratique autour de $\mathbf{t}_s$ et γ est la courbure au point s .

$$\mathbf{M}_{f_s} = EI \mathbf{t}_s \times \boldsymbol{\gamma} = EI \mathbf{t}_s \times \frac{\partial \mathbf{t}_s}{\partial s} = EI \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial s} C \theta \\ -\frac{\partial \theta}{\partial s} \end{bmatrix} = EI \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial s} \\ \frac{\partial \phi}{\partial s} C \theta \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.66)$$

La dérivée du moment de flexion est exprimée dans l'Eq. 6.67.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{M}_{f_s}}{\partial s} &= \frac{\partial}{\partial s} EI \left(\frac{\partial \theta}{\partial s} \mathbf{n}_s + \frac{\partial \phi}{\partial s} C \theta \mathbf{b}_s \right) \\ &= EI \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial s^2} \mathbf{n}_s + \frac{\partial \theta}{\partial s} \frac{\partial \mathbf{n}_s}{\partial s} - \frac{\partial \theta}{\partial s} S \theta \frac{\partial \phi}{\partial s} \mathbf{b}_s + C \theta \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} \mathbf{b}_s + C \theta \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \mathbf{b}_s}{\partial s} \right) \\ &= EI \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial s^2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\partial \theta}{\partial s} \frac{\partial \phi}{\partial s} C \theta \\ 0 \\ -\frac{\partial \theta}{\partial s} \frac{\partial \phi}{\partial s} S \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\partial \theta}{\partial s} S \theta \frac{\partial \phi}{\partial s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C \theta \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C \theta \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} \\ C \theta \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \phi}{\partial s} S \theta \\ 0 \end{bmatrix} \right) \\ &= EI \begin{bmatrix} -C \theta \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} + C \theta \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial s^2} + C \theta \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \phi}{\partial s} S \theta \\ -\frac{\partial \theta}{\partial s} \frac{\partial \phi}{\partial s} S \theta - \frac{\partial \theta}{\partial s} S \theta \frac{\partial \phi}{\partial s} + C \theta \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} \end{bmatrix} \\ &= EI \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial s^2} + C \theta S \theta \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 \\ -2 S \theta \frac{\partial \theta}{\partial s} \frac{\partial \phi}{\partial s} + C \theta \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.67)$$

Le moment de torsion $\mathbf{M}_{T_s}$ peut être exprimé par la théorie de la résistance des matériaux (Eq. 6.68), où G représente le Module de cisaillement et J est le moment quadratique polaire autour de $\mathbf{t}_s$.

$$\mathbf{M}_{T_s} = GJ \left(\frac{\partial \mathbf{n}_s}{\partial s} \cdot \mathbf{b}_s \right) \mathbf{t}_s = GJ \left(\begin{bmatrix} -\frac{\partial \phi}{\partial s} C \theta \\ 0 \\ -\frac{\partial \phi}{\partial s} S \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \mathbf{t}_s = -GJ \frac{\partial \phi}{\partial s} S \theta \mathbf{t}_s \quad (6.68)$$

Le module de cisaillement peut être relié au Module d'Young par l'Eq. 6.69, où ν est le coefficient de poisson du câble, valant approximativement 0.35 dans notre cas.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (6.69)$$

La dérivée du moment de torsion est exprimée dans l'Eq. 6.70.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{M}_{T_s}}{\partial s} &= \frac{\partial}{\partial s} \left(-GJ \frac{\partial \phi}{\partial s} S \theta \mathbf{t}_s \right) \\
&= -GJ \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} S \theta \mathbf{t}_s + \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} C \theta \mathbf{t}_s + \frac{\partial \phi}{\partial s} S \theta \frac{\partial \mathbf{t}_s}{\partial s} \right) \\
&= -GJ \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} S \theta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} C \theta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial s} S \theta \frac{\partial \phi}{\partial s} C \theta \\ -\frac{\partial \phi}{\partial s} S \theta \frac{\partial \theta}{\partial s} \end{bmatrix} \right) \\
&= GJ \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} S \theta + \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} C \theta \right) \\ -\left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 S \theta C \theta \\ \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} S \theta \end{bmatrix} \tag{6.70}
\end{aligned}$$

On peut donc réexprimer l'Eq. 6.64, ce qui nous donne l'Eq. 6.71.

$$\begin{aligned}
\mathbf{t}_s \times \mathbf{T}_s + \frac{\partial \mathbf{M}_s}{\partial s} &= \mathbf{0} \\
\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_t \\ T_n \\ T_b \end{bmatrix} + EI \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial s^2} + C \theta S \theta \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 \\ -2S \theta \frac{\partial \theta}{\partial s} \frac{\partial \phi}{\partial s} + C \theta \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} \end{bmatrix} + GJ \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} S \theta + \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} C \theta \right) \\ -\left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 S \theta C \theta \\ \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} S \theta \end{bmatrix} &= \mathbf{0} \\
\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ -T_b \\ T_n \end{bmatrix} + EI \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial s^2} + C \theta S \theta \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 \\ -2S \theta \frac{\partial \theta}{\partial s} \frac{\partial \phi}{\partial s} + C \theta \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} \end{bmatrix} + GJ \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} S \theta + \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} C \theta \right) \\ -\left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 S \theta C \theta \\ \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} S \theta \end{bmatrix} &= \mathbf{0} \\
\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ T_b \\ -T_n \end{bmatrix}_{B^{t,s}} &= \begin{bmatrix} -GJ \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} S \theta + \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} C \theta \right) \\ EI \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial s^2} + C \theta S \theta \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 \right) - GJ \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 S \theta C \theta \\ EI \left(-2S \theta \frac{\partial \theta}{\partial s} \frac{\partial \phi}{\partial s} + C \theta \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} \right) + GJ \frac{\partial \phi}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} S \theta \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \tag{6.71}
\end{aligned}$$

6.3 Détail des calculs du modèle de câble - Quaternions

6.3.1 Matrice de changement de base

Tout point P_s du câble se voit associé à une base orthonormale locale $B^{t,s}$, définie à travers le quaternion $q^{t,s}$, qui exprime une rotation d'un angle $\alpha^{t,s}$ autour d'un axe $\mathbf{u}^{t,s} = (u_x^{t,s}, u_y^{t,s}, u_z^{t,s})$ depuis une base fixe B_w (Eq. 6.72 et Fig. 6.4).

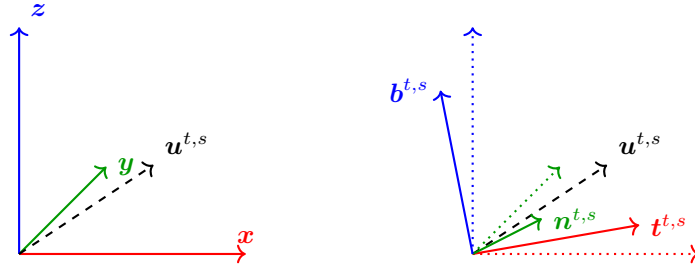


Figure 6.4 – Définition du repère local $R^{t,s}$ depuis le repère global R_w

$$q^{t,s} = (q_0^{t,s}, q_1^{t,s}, q_2^{t,s}, q_3^{t,s}) = \left(C \frac{\alpha^{t,s}}{2}, u_x^{t,s} S \frac{\alpha^{t,s}}{2}, u_y^{t,s} S \frac{\alpha^{t,s}}{2}, u_z^{t,s} S \frac{\alpha^{t,s}}{2} \right) \quad (6.72)$$

La matrice de changement de base $M_{B_w}^{B^{t,s}}$ est définie en Eq. 6.73. L'expression des vecteurs $\mathbf{t}^{t,s}$, $\mathbf{n}^{t,s}$ et $\mathbf{b}^{t,s}$ dans la base B_w est alors déduite des colonnes de la matrice de passage dans l'Eq. 6.74.

$$M_{B_w}^{B^{t,s}} = \begin{bmatrix} q_0^{t,s^2} + q_1^{t,s^2} - q_2^{t,s^2} - q_3^{t,s^2} & 2(q_1^{t,s} q_2^{t,s} - q_0^{t,s} q_3^{t,s}) & 2(q_0^{t,s} q_2^{t,s} + q_1^{t,s} q_3^{t,s}) \\ 2(q_0^{t,s} q_3^{t,s} + q_1^{t,s} q_2^{t,s}) & q_0^{t,s^2} - q_1^{t,s^2} + q_2^{t,s^2} - q_3^{t,s^2} & 2(q_2^{t,s} q_3^{t,s} - q_0^{t,s} q_1^{t,s}) \\ 2(q_1^{t,s} q_3^{t,s} - q_0^{t,s} q_2^{t,s}) & 2(q_0^{t,s} q_1^{t,s} + q_2^{t,s} q_3^{t,s}) & q_0^{t,s^2} - q_1^{t,s^2} - q_2^{t,s^2} + q_3^{t,s^2} \end{bmatrix} \quad (6.73)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{t}^{t,s} &= \begin{bmatrix} q_0^{t,s^2} + q_1^{t,s^2} - q_2^{t,s^2} - q_3^{t,s^2} \\ 2 \left(q_0^{t,s} q_3^{t,s} + q_1^{t,s} q_2^{t,s} \right) \\ 2 \left(q_1^{t,s} q_3^{t,s} - q_0^{t,s} q_2^{t,s} \right) \end{bmatrix}_{B_w} \\
\mathbf{n}^{t,s} &= \begin{bmatrix} 2 \left(q_1^{t,s} q_2^{t,s} - q_0^{t,s} q_3^{t,s} \right) \\ q_0^{t,s^2} - q_1^{t,s^2} + q_2^{t,s^2} - q_3^{t,s^2} \\ 2 \left(q_0^{t,s} q_1^{t,s} + q_2^{t,s} q_3^{t,s} \right) \end{bmatrix}_{B_w} \\
\mathbf{b}^{t,s} &= \begin{bmatrix} 2 \left(q_0^{t,s} q_2^{t,s} + q_1^{t,s} q_3^{t,s} \right) \\ 2 \left(q_2^{t,s} q_3^{t,s} - q_0^{t,s} q_1^{t,s} \right) \\ q_0^{t,s^2} - q_1^{t,s^2} - q_2^{t,s^2} + q_3^{t,s^2} \end{bmatrix}_{B_w} \tag{6.74}
\end{aligned}$$

6.3.2 Dérivation des vecteurs de la base locale

L'élaboration des équations de la dynamique nous amène parfois à devoir exprimer la dérivée des vecteurs $\mathbf{t}^{t,s}$, $\mathbf{n}^{t,s}$ et $\mathbf{b}^{t,s}$ par rapport aux variables t et s dans la base $B^{t,s}$. Si $\mathbf{k}$ est un vecteur dont nous connaissons une expression dans la base B_w et x est une variable, nous pouvons les calculer de la manière suivante (Eq. 6.75). Pour simplifier les notations, on notera $\mathbf{t} = \mathbf{t}^{t,s}$, $\mathbf{n} = \mathbf{n}^{t,s}$, $\mathbf{b} = \mathbf{b}^{t,s}$, $q_0 = q_0^{t,s}$, $q_1 = q_1^{t,s}$, $q_2 = q_2^{t,s}$, $q_3 = q_3^{t,s}$. Les dérivées par rapport à x seront notées avec un point en superscript (exemple : $\dot{q}_0$)

$$\left(\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial x} \right)_{B^{t,s}} = M_{B^{t,s}}^{B_w} \times \left(\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial x} \right)_{B_w} \tag{6.75}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 M_{B^{t,s}}^{B_w} &= \left(M_{B_w}^{B^{t,s}} \right)^T \\
 &= \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_0q_3 + q_1q_2) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_0q_1 + q_2q_3) \\ 2(q_0q_2 + q_1q_3) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \\
 &= \begin{bmatrix} M_{00}^T & M_{01}^T & M_{02}^T \\ M_{10}^T & M_{11}^T & M_{12}^T \\ M_{20}^T & M_{21}^T & M_{22}^T \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \tag{6.76}
 \end{aligned}$$

Dérivation des vecteurs $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$ et $\mathbf{b}$

Les expressions analytiques des dérivées de $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$ et $\mathbf{b}$ par rapport à une variables x étant longues et complexes, nous décidons de nous arrêter avant le développement complet.

$$\left(\frac{\partial \mathbf{t}}{\partial x} \right)_{B_w} = \begin{bmatrix} 2q_0\dot{q}_0 + 2q_1\dot{q}_1 - 2q_2\dot{q}_2 - 2q_3\dot{q}_3 \\ 2q_1\dot{q}_2 + 2q_2\dot{q}_1 - 2q_0\dot{q}_3 - 2q_3\dot{q}_0 \\ 2q_0\dot{q}_2 + 2q_2\dot{q}_0 + 2q_1\dot{q}_3 + 2q_3\dot{q}_1 \end{bmatrix}_{B_w} = \begin{bmatrix} K_0^t \\ K_1^t \\ K_2^t \end{bmatrix}_{B_w} \tag{6.77}$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{t}}{\partial x} \right)_{B^{t,s}} = \begin{bmatrix} M_{00}^T & M_{01}^T & M_{02}^T \\ M_{10}^T & M_{11}^T & M_{12}^T \\ M_{20}^T & M_{21}^T & M_{22}^T \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} K_0^t \\ K_1^t \\ K_2^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{00}^T K_0^t + M_{01}^T K_1^t + M_{02}^T K_2^t \\ M_{10}^T K_0^t + M_{11}^T K_1^t + M_{12}^T K_2^t \\ M_{20}^T K_0^t + M_{21}^T K_1^t + M_{22}^T K_2^t \end{bmatrix} \tag{6.78}$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x} \right)_{B_w} = \begin{bmatrix} 2q_0\dot{q}_3 + 2q_3\dot{q}_0 + 2q_1\dot{q}_2 + 2q_2\dot{q}_1 \\ 2q_0\dot{q}_0 - 2q_1\dot{q}_1 + 2q_2\dot{q}_2 - 2q_3\dot{q}_3 \\ 2q_2\dot{q}_3 + 2q_3\dot{q}_2 - 2q_0\dot{q}_1 - 2q_1\dot{q}_0 \end{bmatrix}_{B_w} = \begin{bmatrix} K_0^n \\ K_1^n \\ K_2^n \end{bmatrix}_{B_w} \tag{6.79}$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x} \right)_{B^{t,s}} = \begin{bmatrix} M_{00}^T K_0^n + M_{01}^T K_1^n + M_{02}^T K_2^n \\ M_{10}^T K_0^n + M_{11}^T K_1^n + M_{12}^T K_2^n \\ M_{20}^T K_0^n + M_{21}^T K_1^n + M_{22}^T K_2^n \end{bmatrix} \tag{6.80}$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x}\right)_{B_w} = \begin{bmatrix} 2q_1\dot{q}_3 + 2q_3\dot{q}_1 - 2q_0\dot{q}_2 - 2q_2\dot{q}_0 \\ 2q_0\dot{q}_1 + 2q_1\dot{q}_0 + 2q_2\dot{q}_3 + 2q_3\dot{q}_2 \\ 2q_0\dot{q}_0 - 2q_1\dot{q}_1 - 2q_2\dot{q}_2 + 2q_3\dot{q}_3 \end{bmatrix}_{B_w} = \begin{bmatrix} K_0^b \\ K_1^b \\ K_2^b \end{bmatrix}_{B_w} \quad (6.81)$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x}\right)_{B^{t,s}} = \begin{bmatrix} M_{00}^T K_0^b + M_{01}^T K_1^b + M_{02}^T K_2^b \\ M_{10}^T K_0^b + M_{11}^T K_1^b + M_{12}^T K_2^b \\ M_{20}^T K_0^b + M_{21}^T K_1^b + M_{22}^T K_2^b \end{bmatrix} \quad (6.82)$$

6.3.3 Expressions analytiques des équations

Comme précisé dans la Tab. 2.2 de la Sec. 2.2.3, le formalisme des quaternions nécessite l'élaboration de $10N$ équations discrètes.

6.3.3.1 Principe fondamental de la dynamique

Le principe fondamental de la dynamique sous sa version linéique et appliqué à un instant t et en tout point s est rappelé dans l'Eq. 6.83. L'expression analytique de chaque terme est détaillée par la suite.

$$\frac{\partial}{\partial S} \mathbf{T}^{t,s} + \mathbf{W}^{t,s} + \mathbf{F}^{t,s} + \mathbf{B}_A^{t,s} = \mathbf{0} \quad (6.83)$$

avec :

- S : la variable représentant l'abscisse curviligne étirée
- $\mathbf{T}^{t,s}$: le vecteur des efforts internes à l'instant t et au point s
- $\mathbf{W}^{t,s}$: le vecteur du poids apparent linéique à l'instant t et au point s
- $\mathbf{F}^{t,s}$: le vecteur de forces de frottement linéique à l'instant t et au point s
- $\mathbf{B}_A^{t,s}$: le vecteur des forces de d'Alembert linéique à l'instant t et au point s

Expression de $\frac{\partial}{\partial S} \mathbf{T}^{t,s}$

Le vecteur $\mathbf{T}^{t,s}$ est défini dans l'équation Eq. 6.84. Par le théorème de dérivation des fonctions composées, on peut décomposer l'expression de $\frac{\partial}{\partial S} \mathbf{T}^{t,s}$ (voir Eq. 6.85).

$$\mathbf{T}^{t,s} = \begin{bmatrix} T_t^{t,s} \\ T_n^{t,s} \\ T_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.84)$$

$$\frac{\partial}{\partial S} \mathbf{T}^{t,s} = \frac{\partial s}{\partial S} \frac{\partial}{\partial s} \mathbf{T}^{t,s} = \frac{1}{S'} \frac{\partial}{\partial s} \mathbf{T}^{t,s} \quad (6.85)$$

L'expression du terme $\frac{\partial}{\partial s} \mathbf{T}^{t,s}$ peut être décomposée de manière élémentaire (voir Eq. 6.86).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} \mathbf{T}^{t,s} &= \frac{\partial}{\partial s} \begin{bmatrix} T_t^{t,s} \\ T_n^{t,s} \\ T_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \\ &= \frac{\partial}{\partial s} (T_t^{t,s} \mathbf{t}^{t,s} + T_n^{t,s} \mathbf{n}^{t,s} + T_b^{t,s} \mathbf{b}^{t,s}) \\ &= \frac{\partial T_t^{t,s}}{\partial s} \mathbf{t}^{t,s} + T_t^{t,s} \frac{\partial \mathbf{t}^{t,s}}{\partial s} + \frac{\partial T_n^{t,s}}{\partial s} \mathbf{n}^{t,s} + T_n^{t,s} \frac{\partial \mathbf{n}^{t,s}}{\partial s} + \frac{\partial T_b^{t,s}}{\partial s} \mathbf{b}^{t,s} + T_b^{t,s} \frac{\partial \mathbf{b}^{t,s}}{\partial s} \end{aligned} \quad (6.86)$$

En remplaçant les expressions de $\frac{\partial \mathbf{t}^{t,s}}{\partial s}$, $\frac{\partial \mathbf{n}^{t,s}}{\partial s}$ et $\frac{\partial \mathbf{b}^{t,s}}{\partial s}$ obtenues dans les Eq. 6.78, 6.80 et 6.82, il est possible d'en déduire son expression analytique complète.

Expression de $\mathbf{W}^{t,s}$

L'expression analytique du vecteur $\mathbf{W}^{t,s}$ est définie dans l'Eq. 6.87.

$$\mathbf{W}^{t,s} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -w \end{bmatrix}_{B_w} \quad (6.87)$$

où w est le poids apparent linéique, prenant en compte la masse du câble ainsi que la poussée d'Archimède s'appliquant sur lui, ramenés par unité de longueur. Son expression analytique est définie dans l'Eq. 6.88.

$$w = \rho_{cable} A^{t,s} g - \rho_{eau} A^{t,s} g = (\rho_{cable} - \rho_{eau}) \frac{A_0}{S'} g = \frac{(\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g}{S'} \quad (6.88)$$

La projection du vecteur $\mathbf{W}^{t,s}$ dans la base $B^{t,s}$ donne :

$$\begin{aligned} (\mathbf{W}^{t,s})_{B^{t,s}} &= M_{B^{t,s}}^{B_w} \times (\mathbf{W}^{t,s})_{B_w} \\ &= -\frac{1}{S'} \begin{bmatrix} (\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g M_{02}^T \\ (\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g M_{12}^T \\ (\rho_{cable} - \rho_{eau}) A_0 g M_{22}^T \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \end{aligned} \quad (6.89)$$

Expression de $\mathbf{F}^{t,s}$

Le vecteur $\mathbf{F}^{t,s}$ prend en compte les forces de frottements fluides liées au mouvement du câble par rapport à son environnement, ramenés à par unité de longueur. Il est défini de la manière suivante :

$$\mathbf{F}^{t,s} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \rho_{env} d^{t,s} \pi C_t U_t^{t,s} |U_t^{t,s}| \\ -\frac{1}{2} \rho_{env} d^{t,s} C_n U_n^{t,s} \sqrt{(U_n^{t,s})^2 + (U_b^{t,s})^2} \\ -\frac{1}{2} \rho_{env} d^{t,s} C_n U_b^{t,s} \sqrt{(U_n^{t,s})^2 + (U_b^{t,s})^2} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.90)$$

avec :

- C_t, C_n : les coefficients de frottements fluides tangentiels et normales du câble
- $\rho_{env} = \rho_{eau}$: la masse volumique de l'environnement dans lequel évolue le câble
- $U_t^{t,s}, U_n^{t,s}, U_b^{t,s}$: les vitesses relatives du câble dans $B^{t,s}$ en m/s

Étant dans le cadre d'une modélisation en environnement sous-marin, le **vecteur de courant** $\mathbf{J}^{t,s}$, est défini dans l'Eq. 6.91 afin de prendre en compte le mouvement en tout point du fluide dans lequel se trouve le câble. Ainsi, l'expression analytique du vecteur de vitesses relatives du câble $\mathbf{U}^{t,s}$ sera déterminée (Eq. 6.92)

$$\mathbf{J}^{t,s} = \begin{bmatrix} J_t^{t,s} \\ J_n^{t,s} \\ J_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.91)$$

$$\mathbf{U}^{t,s} = \begin{bmatrix} U_t^{t,s} \\ U_n^{t,s} \\ U_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} = \begin{bmatrix} V_t^{t,s} - J_t^{t,s} \\ V_n^{t,s} - J_n^{t,s} \\ V_b^{t,s} - J_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.92)$$

En remplaçant l'expression de $d^{t,s}$ par la relation tenant compte de l'élongation obtenue dans l'Eq. 6.7 de la section 6.1, on obtient l'expression analytique finale de $\mathbf{F}^{t,s}$ (voir Eq. 6.93).

$$\mathbf{F}^{t,s} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho_{eau}\frac{d_0}{\sqrt{S'}}\pi C_t(V_t^{t,s} - J_t^{t,s})|(V_t^{t,s} - J_t^{t,s})| \\ -\frac{1}{2}\rho_{eau}\frac{d_0}{\sqrt{S'}}C_n(V_n^{t,s} - J_n^{t,s})\sqrt{(V_n^{t,s} - J_n^{t,s})^2 + (V_b^{t,s} - J_b^{t,s})^2} \\ -\frac{1}{2}\rho_{eau}\frac{d_0}{\sqrt{S'}}C_n(V_b^{t,s} - J_b^{t,s})\sqrt{(V_n^{t,s} - J_n^{t,s})^2 + (V_b^{t,s} - J_b^{t,s})^2} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.93)$$

Expression de $\mathbf{B}_A^{t,s}$

On définit un vecteur $\mathbf{B}_A^{t,s}$ représentant la quantité d'accélération du câble et prenant en compte l'effet de la masse ajoutée, terme inertiel que l'on ajoute à notre modèle, rendant compte de l'accélération du fluide dans lequel on se déplace. Ce vecteur est appelé "forces de d'Alembert" et son expression analytique dans la base $B^{t,s}$ est définie en Eq. 6.94.

$$\mathbf{B}_A^{t,s} = -\frac{\partial}{\partial t} \left((\rho_{cable}A^{t,s} + \rho_{eau}A^{t,s})\mathbf{V}^{t,s} - \rho_{eau}A^{t,s}(\mathbf{J}^{t,s} + (\mathbf{U}^{t,s}.\mathbf{t}^{t,s})\mathbf{t}^{t,s}) \right) \quad (6.94)$$

Ce calcul analytique, étant un peu plus complexe que les autres, sera détaillé dans les équations suivantes.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_A^{t,s} &= -\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho_{cable}A^{t,s}V_t^{t,s} + \rho_{eau}A^{t,s}V_t^{t,s} - \rho_{eau}A^{t,s}J_t^{t,s} - \rho_{eau}A^{t,s}U_t^{t,s} \\ \rho_{cable}A^{t,s}V_n^{t,s} + \rho_{eau}A^{t,s}V_n^{t,s} - \rho_{eau}A^{t,s}J_n^{t,s} \\ \rho_{cable}A^{t,s}V_b^{t,s} + \rho_{eau}A^{t,s}V_b^{t,s} - \rho_{eau}A^{t,s}J_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \\ &= -\frac{1}{S'} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho_{cable}A_0V_t^{t,s} \\ \rho_{cable}A_0V_n^{t,s} + \rho_{eau}A_0(V_n^{t,s} - J_n^{t,s}) \\ \rho_{cable}A_0V_b^{t,s} + \rho_{eau}A_0(V_b^{t,s} - J_b^{t,s}) \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \end{aligned} \quad (6.95)$$

$$= -\frac{1}{S'} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho_{cable}A_0V_t^{t,s} \\ \rho_{cable}A_0V_n^{t,s} + \rho_{eau}A_0U_n^{t,s} \\ \rho_{cable}A_0V_b^{t,s} + \rho_{eau}A_0U_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \quad (6.96)$$

Le calcul de la dérivé de l'Eq. 6.95 est effectué dans l'Eq. en simplifiant la notation.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho_{cable} A_0 V_t^{t,s} \\ \rho_{cable} A_0 V_n^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_n^{t,s} - J_n^{t,s}) \\ \rho_{cable} A_0 V_b^{t,s} + \rho_{eau} A_0 (V_b^{t,s} - J_b^{t,s}) \end{bmatrix}_{B^{t,s}} &= \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} x_t \\ x_n \\ x_b \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \\
&= \frac{\partial x_t}{\partial t} \mathbf{t}^{t,s} + x_t \frac{\partial \mathbf{t}^{t,s}}{\partial t} + \frac{\partial x_n}{\partial t} \mathbf{n}^{t,s} + x_n \frac{\partial \mathbf{n}^{t,s}}{\partial t} + \frac{\partial x_b}{\partial t} \mathbf{b}^{t,s} + x_b \frac{\partial \mathbf{b}^{t,s}}{\partial t}
\end{aligned} \tag{6.97}$$

avec :

$$\frac{\partial x_t}{\partial t} = \rho_{cable} A_0 \frac{\partial V_t^{t,s}}{\partial t} \tag{6.98}$$

$$\frac{\partial x_n}{\partial t} = (\rho_{cable} + \rho_{eau}) A_0 \frac{\partial V_n^{t,s}}{\partial t} - \rho_{eau} A_0 \frac{\partial J_n^{t,s}}{\partial t} \tag{6.99}$$

$$\frac{\partial x_b}{\partial t} = (\rho_{cable} + \rho_{eau}) A_0 \frac{\partial V_b^{t,s}}{\partial t} - \rho_{eau} A_0 \frac{\partial J_b^{t,s}}{\partial t} \tag{6.100}$$

Mise sous forme matricielle

En remplaçant l'expression de chaque terme de l'Eq. 6.83 et en multipliant par S' , il est possible d'obtenir analytiquement une expression matricielle (Eq. 6.101).

$$M_{PFD}^{t,s} \times \frac{\partial \mathbf{Y}^{t,s}}{\partial s} + N_{PFD}^{t,s} \times \frac{\partial \mathbf{Y}^{t,s}}{\partial t} + q_{PFD}^{t,s} = \mathbf{0} \tag{6.101}$$

où $\mathbf{Y}^{t,s} = [T_t^{t,s}, T_n^{t,s}, T_b^{t,s}, V_t^{t,s}, V_n^{t,s}, V_b^{t,s}, q_0^{t,s}, q_1^{t,s}, q_2^{t,s}, q_2^{t,s}]$

6.3.3.2 Théorème de Schwarz

Le théorème de Schwarz, aussi appelé **relation de compatibilité** ou **théorème de symétrie des dérivées croisées**, est un théorème d'analyse assurant la continuité d'une fonction vis-à-vis de ses dérivées partielles composées. En appliquant ce théorème au vecteur position $\mathbf{P}_s$ d'un point du câble sur ses dépendances spatiales et temporelles, nous obtenons une relation entre la variation spatiale des vitesses de P_s et la variation temporelle son l'élongation (voir Eq. 6.102).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{P}_s &= \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial s} \mathbf{P}_s \\ \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s} \begin{bmatrix} V_t^{t,s} \\ V_n^{t,s} \\ V_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} &= \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} S' \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{B^{t,s}} \end{aligned} \quad (6.102)$$

avec :

$$\frac{\partial}{\partial s} \begin{bmatrix} V_t^{t,s} \\ V_n^{t,s} \\ V_b^{t,s} \end{bmatrix}_{B^{t,s}} = \frac{\partial V_t^{t,s}}{\partial s} \mathbf{t}^{t,s} + V_t^{t,s} \frac{\partial \mathbf{t}^{t,s}}{\partial s} + \frac{\partial V_n^{t,s}}{\partial s} \mathbf{n}^{t,s} + V_n^{t,s} \frac{\partial \mathbf{n}^{t,s}}{\partial s} + \frac{\partial V_b^{t,s}}{\partial s} \mathbf{b}^{t,s} + V_b^{t,s} \frac{\partial \mathbf{b}^{t,s}}{\partial s} \quad (6.103)$$

et :

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} S' \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{B^{t,s}} = \frac{\partial S'}{\partial t} \mathbf{t}^{t,s} + S' \frac{\partial \mathbf{t}^{t,s}}{\partial t} \quad (6.104)$$

En remplaçant l'expression de chaque terme de l'Eq. 6.102, il est également possible d'en obtenir analytiquement une expression matricielle (Eq. 6.105).

$$M_{SCH}^{t,s} \times \frac{\partial \mathbf{Y}^{t,s}}{\partial s} + N_{SCH}^{t,s} \times \frac{\partial \mathbf{Y}^{t,s}}{\partial t} + q_{SCH}^{t,s} = \mathbf{0} \quad (6.105)$$

6.3.3.3 Théorème du moment cinétique

La figure 6.5 présente une configuration du câble permettant d'illustrer le calcul du théorème du moment cinétique.

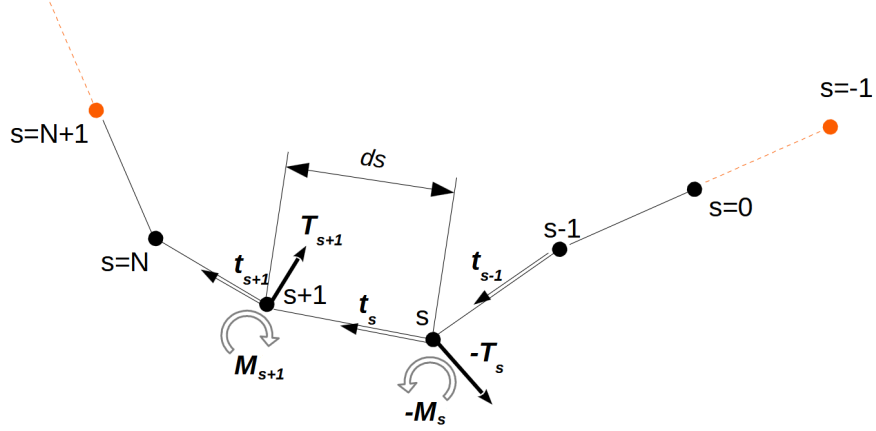


Figure 6.5 – Modèle du câble pour le calcul du TMC

avec :

- $\mathbf{W}$: le vecteur du poids apparent linéique
- $\mathbf{F}$: le vecteur de forces de frottement linéique
- $\mathbf{B}_a$: le vecteur des forces de D'Alembert linéique due à la masse ajoutée
- $\mathbf{B}_{cable}$: le vecteur des forces de D'Alembert linéique due à l'inertie du câble
- $-\mathbf{T}_s$: le vecteur de forces de tension exercé par $[0, s]$ sur $[s, s+1]$
- $\mathbf{T}_{s+1}$: le vecteur de forces de tension exercé par $[s+1, N]$ sur $[s, s+1]$
- $-\mathbf{M}_s$: le vecteur de moments exercé par $[0, s]$ sur $[s, s+1]$
- $\mathbf{M}_{s+1}$: le vecteur de moments exercé par $[s+1, N]$ sur $[s, s+1]$

Le théorème du moment cinétique (TMC) relatif à un point fixe O est exprimé en Eq. 6.106, où σ_O est le moment cinétique exprimé au point O , $\mathbf{r}_{ij}$ est le vecteur $\vec{i}\vec{j}$ et dM est un élément de longueur le long de ds .

$$\left\{ \frac{d}{dt} \sigma_O \right\}_{R_{world}} = \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times (\mathbf{W} + \mathbf{F} + \mathbf{B}_a) . dM + \mathbf{r}_{OS_{+1}} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{OS} \times -\mathbf{T}_s + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \quad (6.106)$$

Le calcul de la dérivée du moment cinétique est présenté en Eq. 6.107, où dm est un élément de masse, m est la masse linéique du câble non étiré, S' est défini dans l'Eq 6.10. Les variables t , s et S représentent respectivement le temps, l'abscisse curviligne non étirée et étirée.

$$\begin{aligned}
 \left\{ \frac{d}{dt} \sigma_O \right\}_{R_{world}} &= \frac{d}{dt} \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times \mathbf{V}(M).dm \\
 &= \frac{d}{dt} \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times \mathbf{V}(M). \frac{m}{S'} dl \\
 &= \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times \frac{\partial}{\partial t} \left(\mathbf{V}(M). \frac{m}{S'} \right) dl \\
 &= \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times (-\mathbf{B}_{cable}).dl
 \end{aligned} \tag{6.107}$$

En injectant cette expression dans l'Eq. 6.106, on obtient l'Eq. 6.109.

$$\begin{aligned}
 \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times (-\mathbf{B}_{cable}).dl &= \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times (\mathbf{W} + \mathbf{F} + \mathbf{B}_a).dM \\
 &\quad + \mathbf{r}_{OS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{OS} \times -\mathbf{T}_s \\
 &\quad + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
 \Leftrightarrow \mathbf{0} &= \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times (\mathbf{W} + \mathbf{F} + \mathbf{B}_a + \mathbf{B}_{cable}).dM \\
 &\quad + \mathbf{r}_{OS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{OS} \times -\mathbf{T}_s + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
 \Leftrightarrow \mathbf{0} &= \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times \left(-\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial s} \right).dM
 \end{aligned} \tag{6.108}$$

$$+ \mathbf{r}_{OS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{OS} \times -\mathbf{T}_s + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \tag{6.109}$$

En faisant l'approximation que $\mathbf{T}_{s+1} = \mathbf{T}_s + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial s}.ds$, on arrive à simplifier le terme intégrale (Eq. 6.110).

$$\begin{aligned}
& \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times \left(-\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial s} \right) .dM \\
&= \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} \times \left(-\frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \right) .dM \\
&= \int_{s,s+1} \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OM} .dM \\
&= \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OM} .dM \\
&= \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \int_{s,s+1} (\mathbf{r}_{OS} + \mathbf{r}_{SM}) .dM \\
&= \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \left(\int_{s,s+1} \mathbf{r}_{OS} .dM + \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{SM} .dM \right) \\
&= \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \left(ds \mathbf{r}_{OS} + \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{SM} .dM \right) \\
&= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \int_{s,s+1} \mathbf{r}_{SM} .dM \\
&= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \int_{s,s+1} M \mathbf{t}_s .dM \\
&= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + \frac{1}{ds} (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds^2 / 2 \\
&= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds / 2
\end{aligned} \tag{6.110}$$

On peut alors injecter cette expression simplifiée dans l'Eq. [6.106](#).

$$\begin{aligned}
 \mathbf{0} &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds/2 \\
 &\quad + \mathbf{r}_{OS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{OS} \times -\mathbf{T}_s \\
 &\quad + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
 \\
 \Leftrightarrow \mathbf{0} &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds/2 \\
 &\quad + \mathbf{r}_{OS} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{SS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{r}_{OS} \times -\mathbf{T}_s \\
 &\quad + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
 \\
 \Leftrightarrow \mathbf{0} &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{r}_{OS} + (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds/2 \\
 &\quad + \mathbf{r}_{OS} \times (\mathbf{T}_{s+1} - \mathbf{T}_s) + \mathbf{r}_{SS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} \\
 &\quad + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
 \\
 \Leftrightarrow \mathbf{0} &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds/2 + \mathbf{r}_{SS+1} \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
 \\
 \Leftrightarrow \mathbf{0} &= (\mathbf{T}_{S+1} - \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds/2 + d\mathbf{s} \mathbf{t}_s \times \mathbf{T}_{s+1} + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s \\
 \\
 \Leftrightarrow \mathbf{0} &= (\mathbf{T}_{S+1} + \mathbf{T}_S) \times \mathbf{t}_s ds/2 + \mathbf{M}_{s+1} - \mathbf{M}_s
 \end{aligned} \tag{6.111}$$

En divisant par ds et en faisant tendre $s+1$ vers s , on arrive à une expression analytique pour le théorème du moment cinétique (Eq. [6.112](#)).

$$\mathbf{t}_s \times \mathbf{T}_S + \frac{\partial \mathbf{M}_s}{\partial s} = \mathbf{0} \tag{6.112}$$

À partir de là, les expressions analytiques en quaternions sont particulièrement complexes et difficilement interprétables de manière intuitive. Pour la suite des calculs, je vous invite à regarder le modèle avec les angles d'Euler à partir de l'Eq. [6.65](#).

6.4 Détail de la modélisation des robots

Dans le système ROV/USV étudié dans cette thèse, chaque extrémité de l'ombilical est reliée à un robot, imposant ainsi la dynamique de chaque côté de celui-ci. Cette sous-partie présentera les hypothèses de modélisation qui ont été faites, ainsi que le formalisme adopté concernant le modèle dynamique des robots.

6.4.1 Hypothèses de modélisation et expression des bases

Tout comme pour le câble, plusieurs formalismes existent pour représenter l'orientation d'un robot sous-marin, notamment les angles d'Euler et les quaternions. Dans cette étude, les angles d'Euler ont été choisis pour décrire l'orientation des robots. Ce choix s'explique par la nature plus intuitive de cette représentation lors de l'élaboration des lois de commande en position. Malgré l'existence de singularités (notamment à un angle de tangage de $\pm 90^\circ$), cette hypothèse reste valide dans notre cas d'usage, les trajectoires 3D imposées aux robots étant majoritairement planes et ne sollicitant que peu d'inclinaisons extrêmes. Toutefois, pour assurer la compatibilité avec le modèle du câble, l'orientation des robots est convertie en quaternion lors de son injection dans les équations de conditions limites au point d'attache de l'ombilical.

Soient $R_N = (x^N, y^N, z^N)$ un repère fixe (directions North, East, Down) et $R_b = (x^b, y^b, z^b)$ un repère local associé au robot (Fig. 6.6). Le repère R_b peut être défini à partir des 3 rotations successives depuis R_N en utilisant la convention "zyx" :

- Rotation d'un angle ψ autour de l'axe z^b (*yaw*)
- Rotation d'un angle θ autour de l'axe y^b (*pitch*)
- Rotation d'un angle ϕ autour de l'axe x^b (*roll*)

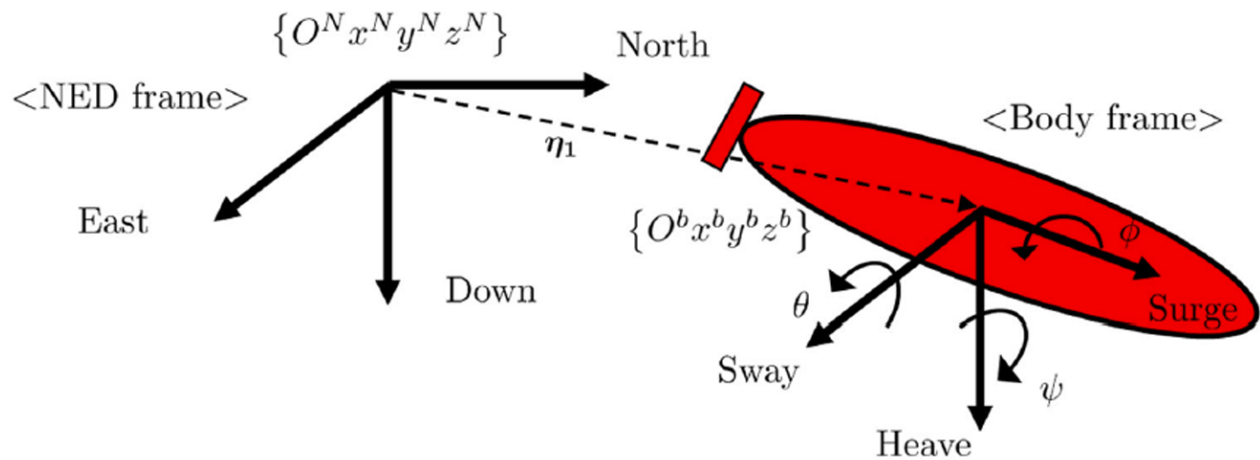


Figure 6.6 – Repères fixe R_N et local R_b selon la SNAME, figure issue de [76]

Les bases théoriques utilisées dans cette thèse pour modéliser un ROV s'appuient sur les travaux réalisés dans [72], qui propose des modèles mathématiques couvrant tous types de navires marins et sous-marins, jusqu'à six degrés de liberté (6 DoFs). Le modèle dynamique complet d'un ROV, selon cette formulation, peut contenir plus de 300 paramètres inconnus, incluant les effets inertielles, hydrodynamiques, et les termes de couplage entre les différents degrés de liberté [73]. Toutefois, l'estimation complète de ces paramètres s'avère impraticable dans un cadre opérationnel. Afin de rendre le modèle exploitable tout en conservant sa pertinence physique, plusieurs hypothèses de simplification sont introduites. Celles-ci reposent sur les propriétés géométriques, symétriques et fonctionnelles du robot. Ce processus permet de réduire la complexité du modèle tout en maintenant une représentation suffisamment fidèle de la dynamique réelle du système.

La modélisation d'un robot de type ROV repose ainsi sur les hypothèses suivantes :

- Le centre de gravité du ROV est confondu avec son centre géométrique.
- Le ROV est considéré comme symétrique d'un point de vue hydrodynamique sur ses six degrés de liberté.
- Ses six degrés de liberté sont supposés commandables de manière indépendante.
- Le ROV est modélisé comme un corps rigide immergé évoluant en six degrés de liberté (surge, sway, heave, roll, pitch, yaw)

Il est également possible de modéliser l'USV en prenant en compte le formalisme associé dans les travaux de [72]. Cependant, la précision de sa modélisation n'étant pas cruciale pour notre étude, nous avons fait le choix de le modéliser à l'aide du même formalisme que le ROV. Toutefois, ses mouvements seront contraints au sous-ensemble des deux degrés de liberté liés à la navigation en surface : surge, yaw. Les autres degrés de liberté seront négligés ou considérés comme passifs et non commandés, conformément à la dynamique usuelle des véhicules de surface.

6.4.2 Équations du modèle dynamique d'un robot 6 DoFs

Mouvement	Positions linéaires et angulaires (dans R_N)	Vitesses linéaires et angulaires (dans R_b)	Forces et moments (dans R_b)
Translation suivant $\mathbf{x}^b$ (surge)	x	u	X
Translation suivant $\mathbf{y}^b$ (sway)	y	v	Y
Translation suivant $\mathbf{z}^b$ (heave)	z	w	Z
Rotation autour de $\mathbf{x}^b$ (roll)	ϕ	p	K
Rotation autour de $\mathbf{y}^b$ (pitch)	θ	q	M
Rotation autour de $\mathbf{z}^b$ (yaw)	ψ	r	N
Vecteur associé	$\boldsymbol{\eta}$	$\mathbf{v}$	$\boldsymbol{\tau}$

Tableau 6.1 – Notations SNAME pour les véhicules sous-marins

Les notations de la SNAME¹ associées à la représentation des véhicules sous-marins sont détaillées en Tab. 6.1. La modélisation d'un ROV exploite une équation cinématique (Eq. 6.113) et une équation dynamique (Eq. 6.114).

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{v} \quad (6.113)$$

$$M\dot{\mathbf{v}} + C(\mathbf{v})\mathbf{v} + D(\mathbf{v})\mathbf{v} + G(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}_{act} + \boldsymbol{\tau}_{ext} \quad (6.114)$$

Équation cinématique

L'Eq. 6.113 relie les vitesses du robot dans son repère local R_b et dans le repère fixe R_N à travers l'utilisation d'une matrice de transformation notée $J(\boldsymbol{\eta})$, dont l'expression est décrite en Eq. 6.115. Les matrices $R_b^n(\boldsymbol{\eta})$ et $T_b^n(\boldsymbol{\eta})$ correspondent respectivement aux transformations des vitesses linéaires et angulaires obtenues à partir des 3 rotations successives du formalisme des angles d'Euler. Leurs expressions sont détaillées en Eq. 6.116 et Eq. 6.117, où c , s et t sont les fonctions trigonométriques $\cos$, $\sin$ et $\tan$.

$$J(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} R_b^n(\boldsymbol{\eta}) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T_b^n(\boldsymbol{\eta}) \end{bmatrix} \quad (6.115)$$

$$R_b^n(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\psi s\theta c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (6.116)$$

$$T_b^n(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \quad (6.117)$$

Équation dynamique

L'Équation 6.114 établit la relation entre les différents efforts s'exerçant sur le robot, exprimés dans son repère local. L'origine physique de chacun de ces termes, ainsi que leurs formulations analytiques, seront détaillées dans la section suivante. L'ensemble des paramètres décrivant le comportement mécanique du ROV et intervenant dans cette équation dynamique est présenté dans la Table 6.2, accompagnée des valeurs estimées pour un BlueROV2 — le robot utilisé dans la partie expérimentale de cette étude. Ces valeurs proviennent des travaux de [73].

1. Society of Naval Architects and Marine Engineers

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité SI
Volume	V	0.01142	m^3
Masse	m	11.5	kg
Moments d'inertie	I_x, I_y, I_z	0.16, 0.16, 0.16	$kg.m^2$
Masses ajoutées (translations)	$X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}$	5.5, 12.7, 14.57	kg
Masses ajoutées (rotations)	$K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}$	0.12, 0.12, 0.12	$kg.m^2.rad^{-1}$
Coefficients de frottement linéaire (translation)	X_u, Y_v, Z_w	4.03, 6.22, 5.18	$N.s.m^{-1}$
Coefficients de frottement linéaire (rotation)	K_p, M_q, N_r	0.07, 0.07, 0.07	$N.m.s.rad^{-1}$
Coefficients de frottement non-linéaire (translation)	$X_{ u u}, Y_{ v v}, Z_{ w w}$	18.18, 21.660, 36.99	$N.s^2.m^{-2}$
Coefficients de frottement non-linéaire (rotation)	$K_{ p p}, M_{ q q}, N_{ r r}$	1.55, 1.55, 1.55	$N.m.s^2.rad^{-2}$

Tableau 6.2 – Paramètres de modélisation d'un robot sous-marin 6 DoFs

Les forces d'inertie $M\dot{v}$

D'après la seconde loi de Newton :

"L'accélération du centre d'inertie de tout corps dans un référentiel galiléen est proportionnelle à la résultante des forces qu'il subit."

Ce terme peut ainsi être présenté comme une force d'inertie, dépendant de la masse du corps isolé et de son accélération. Pour un corps immergé dans un fluide, une force d'inertie supplémentaire existe, afin de prendre en compte le déplacement du fluide qui entoure le corps. Ces différentes contributions sont regroupées dans la matrice M (Eq. 6.124), où M_{RB} est la matrice d'inertie du robot et M_A représente les masses ajoutées, caractérisant ce fluide déplacé. L'expression des matrices M_{RB} et M_A est détaillée en Eq. 6.119 et 6.120.

$$M = M_{RB} + M_A \quad (6.118)$$

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (6.119)$$

$$M_A = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (6.120)$$

Les forces Coriolis-centripètes $C(\mathbf{v})\mathbf{v}$

Elles traduisent la rotation d'un repère en mouvement vis-à-vis d'un repère fixe. L'effet Centripète interprète la rotation comme une force réelle permettant de maintenir un corps dans une trajectoire incurvée. Il exprime le terme $\boldsymbol{\omega}_{b/n}^b \times \mathbf{v}_{b/n}^b$, qui correspond à l'accélération ressentie dans le référentiel du robot en raison de sa propre rotation. L'effet de Coriolis interprète la rotation comme une force fictive, tendant à déplacer un corps de manière circulaire depuis le référentiel local. Il exprime notamment le terme $\boldsymbol{\omega}_{b/n}^b \times (\boldsymbol{\omega}_{b/n}^b \times \mathbf{r}_g^b)$, qui traduit l'effet combiné de la rotation du robot et de la position du centre de masse dans son propre repère. Dans le cas où le centre de masse est confondu avec le centre géométrique du robot, ce terme devient nul. De manière analogue aux forces d'inertie, le déplacement du fluide environnant induit une contribution supplémentaire aux forces Coriolis-centripètes (Eq. 6.121). L'expression des matrices $C_{RB}(\mathbf{v})$ et $C_A(\mathbf{v})$ est détaillée en Eq. 6.122 et 6.123.

$$C(\mathbf{v}) = C_{RB}(\mathbf{v}) + C_A(\mathbf{v}) \quad (6.121)$$

$$C_{RB}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & mw & -mv & 0 & I_z r & -I_y q \\ -mw & 0 & mu & -I_z r & 0 & I_x p \\ mv & -mu & 0 & I_y q & -I_x p & 0 \end{bmatrix} \quad (6.122)$$

$$C_A(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix} \quad (6.123)$$

Les forces de frottement $D(\mathbf{v})\mathbf{v}$

Tout corps en mouvement dans un fluide subit des forces de traînée hydrodynamique. Dans le domaine de la robotique sous-marine, plusieurs phénomènes physiques contribuent à ces forces : (1) le frottement de peau, lié à la viscosité du fluide au contact du robot ; (2) le damping potentiel, généré par la création d'ondes de pression autour du corps en mouvement dans un fluide idéalisé ; (3) la dérive induite par les vagues, résultant de leur interaction avec les déplacements du robot ; (4) le détachement de tourbillons (vortex shedding), phénomène instationnaire causé par la séparation du flux autour du robot, produisant des forces instables et variables dans le temps.

Le damping potentiel et la dérive des vagues peuvent être considérés comme négligeables pour les véhicules sous-marins. Par conséquent, les forces de frottement peuvent être modélisées par un terme linéaire D_l (Eq. 6.125), associé au frottement de peau, et un terme quadratique $D_{nl}(\mathbf{v})$ (Eq. 6.126) représentant les effets du détachement de tourbillons.

$$D(\mathbf{v}) = D_l + D_{nl}(\mathbf{v}) \quad (6.124)$$

$$D_l = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r \end{bmatrix} \quad (6.125)$$

$$D_{nl}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} X_{|u|u}u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{|v|v}v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{|w|w}w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{|p|p}p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{|q|q}q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{|r|r}r \end{bmatrix} \quad (6.126)$$

Les forces hydrostatiques $G(\boldsymbol{\eta})$

Les forces hydrostatiques agissant sur le robot proviennent principalement de deux phénomènes : la force de gravité et la poussée d'Archimède. La force de gravité résulte de l'attraction entre deux corps, proportionnelle à leur masse : plus un corps est massif, plus il exerce une attraction sur les autres. Ainsi, le robot subit une force gravitationnelle qui le tire vers le fond marin, dans la direction "Down" du repère global. La poussée d'Archimède, quant à elle, est une force exercée sur tout corps immergé dans un fluide, orientée dans le sens

opposé à celui de la gravité. Lorsque le centre de gravité du robot coïncide avec son centre géométrique, ces deux forces ne génèrent pas de moment de force ou de couple. Le vecteur résultant de leur action est alors projeté dans le repère local (cf. Eq. 6.127).

$$G(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} (W - B) s\theta \\ -(W - B) c\theta s\phi \\ -(W - B) c\theta c\phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.127)$$

avec :

- $W = mg$: le poids du robot, où m représente la masse et g l'accélération due à la gravité ;
- $B = \rho V g$: la poussée d'Archimède, où ρ est la densité du fluide et V le volume déplacé par le robot.

Les efforts généralisés des actionneurs $\boldsymbol{\tau}_{act}$

Le terme $\boldsymbol{\tau}_{act}$ représente les forces et moments de force générés par les actionneurs sur le robot en son centre de masse. Ce terme est considéré comme terme "moteur", ayant pour incidence de mettre en mouvement le robot (Eq. 6.128).

$$\boldsymbol{\tau}_{act} = [X_{act}, Y_{act}, Z_{act}, K_{act}, M_{act}, N_{act}]^T \quad (6.128)$$

Les efforts généralisés extérieurs $\boldsymbol{\tau}_{ext}$

Le terme $\boldsymbol{\tau}_{ext}$ représente les autres forces et moments de force subis par le robot, provenant principalement de l'environnement dans lequel il évolue. Dans notre cas, ces efforts sont ceux du câble sur le robot mais pourraient également provenir de perturbations ponctuelles comme des collisions avec tout objet (Eq. 6.129).

$$\boldsymbol{\tau}_{ext} = [X_{ext}, Y_{ext}, Z_{ext}, K_{ext}, M_{ext}, N_{ext}]^T \quad (6.129)$$

6.4.3 Résolution du modèle dynamique

Pour résoudre ce modèle dynamique, nous devons identifier nos inconnues et vérifier que nous disposons d'assez d'équations. En considérant que nous connaissons l'état de notre robot à l'instant t , nos inconnues seront les vecteurs $\boldsymbol{\eta}$ et $\mathbf{v}$ à l'instant $t + 1$, soit un total de 12 inconnues. Les équations matricielles 6.113 et 6.114 précédemment introduites nous donnent chacune 6 équations, soit un total de 12. La résolution de ce modèle est donc possible et se fera en 2 étapes.

Dans un premier temps, il est possible d'exprimer l'accélération $\dot{\mathbf{v}}_{t+1}$ en partant de l'Eq. 6.114, ce qui nous donne l'équation 6.130. L'expression de $\mathbf{v}_{t+1}$ est alors obtenue en approximant cette accélération $\dot{\mathbf{v}}_{t+1}$ avec une méthode d'Euler explicite d'ordre 1 (Eq. 6.131).

$$\dot{\mathbf{v}}_{t+1} = M^{-1} \times (\boldsymbol{\tau}_{act,t} + \boldsymbol{\tau}_{ext,t} - (C(\mathbf{v}_t) \mathbf{v}_t + D(\mathbf{v}_t) \mathbf{v}_t + G(\boldsymbol{\eta}_t))) \quad (6.130)$$

$$\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{v}_t + \dot{\mathbf{v}}_{t+1} \times dt \quad (6.131)$$

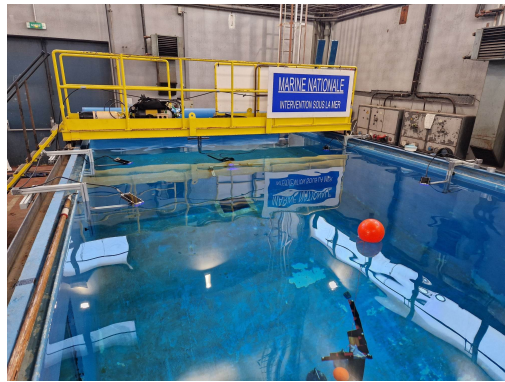
En utilisant l'équation cinématique 6.113, il est possible d'obtenir les vitesses linéaires et angulaires du robot dans le repère fixe (Eq. 6.132). De la même manière, l'intégration de ce vecteur vitesse nous permet de remonter au vecteur position $\boldsymbol{\eta}_{t+1}$ (Eq. 6.133).

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_{t+1} = J(\boldsymbol{\eta}_t) \mathbf{v}_{t+1} \quad (6.132)$$

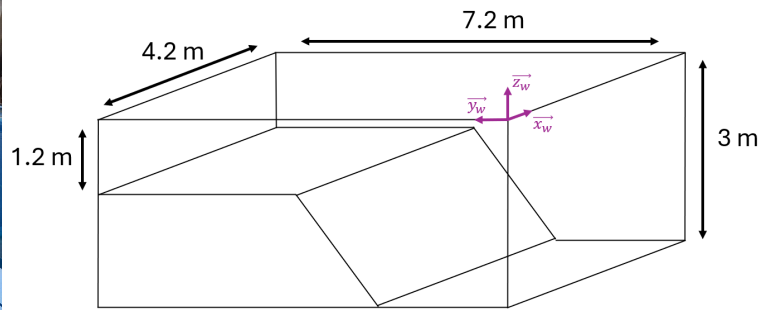
$$\boldsymbol{\eta}_{t+1} = \boldsymbol{\eta}_t + \dot{\boldsymbol{\eta}}_{t+1} \times dt \quad (6.133)$$

6.5 Session expérimentale au CEPHISMER

Une session expérimentale de deux semaines, organisée par et pour l'équipe de robotique sous-marine du laboratoire COSMER, s'est tenue en octobre 2022 au CEPHISMER² de la Marine Nationale Française. Un bassin en intérieur était mis à disposition, mesurant 7.2 m de longueur pour 4.2 m de largeur, avec une profondeur variant entre 1.2 m et 3 m (Fig. 6.7), permettant ainsi de réaliser des expériences de robotique sous-marine en milieu marin. Une partie de ces expériences avait pour objectif **l'étude comportementale de câbles en environnement sous-marin**. L'objectif était de recueillir des mesures sur l'évolution de la forme d'un câble immergé, grâce à un système de *motion capture*, afin d'alimenter une base de données exploitable pour des recherches scientifiques sur ce sujet.



(a) Vue du bassin



(b) Dimension du bassin

Figure 6.7 – Bassin intérieur du CEPHISMER de la Marine Nationale Française

6.5.1 Configuration expérimentale

Le système de *motion capture* utilisé est un produit de la gamme *Underwater Solutions* de Qualisys³, composé de 5 caméras étanches utilisant une technologie de capture de mouvement optique basée sur la lumière réfléchie par des marqueurs positionnés sur le sujet d'expérience. Le positionnement des caméras le long des parois du bassin permet de créer une zone de détection (Fig. 6.8) sans zone morte afin de reconstruire les positions et trajectoires 3D des marqueurs au cours du temps via leur logiciel QTM⁴ (Fig. 6.9a). Pour notre étude, les marqueurs optiques ont été disposés tous les 20 cm le long du câble étudié de 3 m de longueur (Fig. 6.9b), dont les extrémités sont attachées à un ROV d'une part et à un point fixe immergé à quelque centimètres de profondeur d'autre part à l'aide d'une perche fixée sur le bassin.

2. Centre Expert dans la Plongée Humaine et l'Intervention Sous la MER

3. <https://www.qualisys.com/cameras/underwater/#tech-specs>

4. Qualisys Track Manager

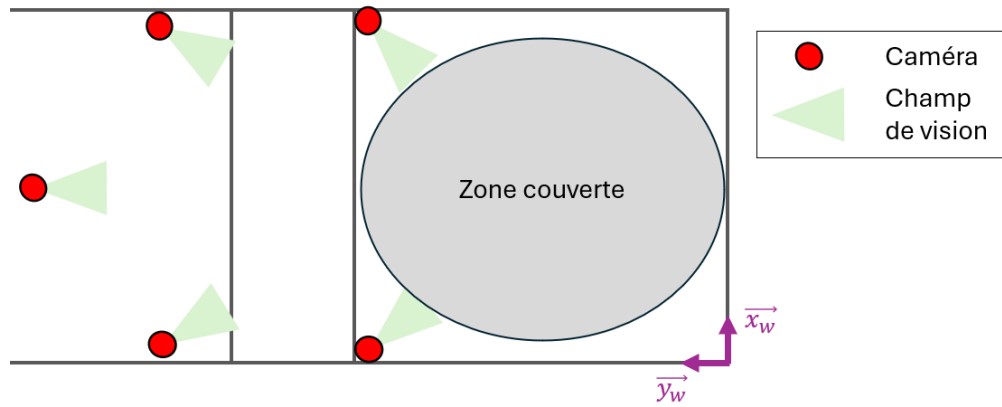
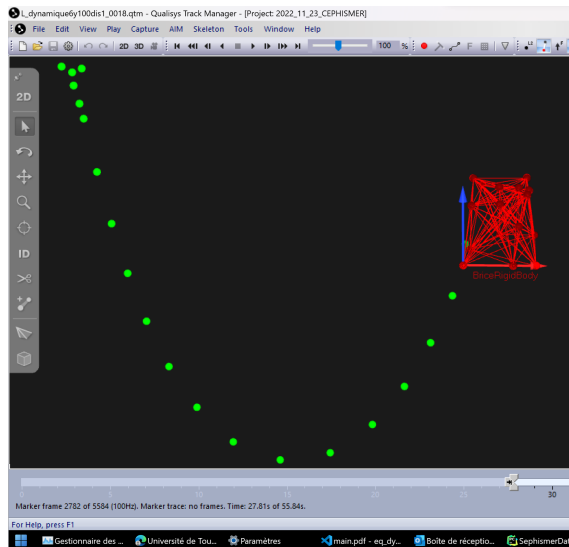


Figure 6.8 – Zone opérationnelle de notre étude



(a) Visualisation sur le logiciel QTM : (vert) marqueur câble, (rouge) marqueur robot



(b) Marqueurs optiques placés sur le fil plombé (6)

Figure 6.9 – Acquisition des positions 3D d'un câble via le système Qualisys

Plusieurs câbles (Fig. 6.10) ont fait l'objet de notre étude : (1) câble coaxial, (2) câble réseau à 4 paires, (3) câble réseau à 2 paires, (4) corde tressée flottante, (5) corde de voile, (6) fil plombé, (7) chaîne en maillons d'acier, (8) élastique. Le choix de ces câbles vise à couvrir l'ensemble des caractéristiques mécaniques que l'on retrouve dans les ombilicaux : rigidité/flexibilité, flottabilité, comportement élastique, déformation plastique. La Tab. 6.3 présente les caractéristiques de l'ensemble des câbles étudiés lors de la session expérimentale.

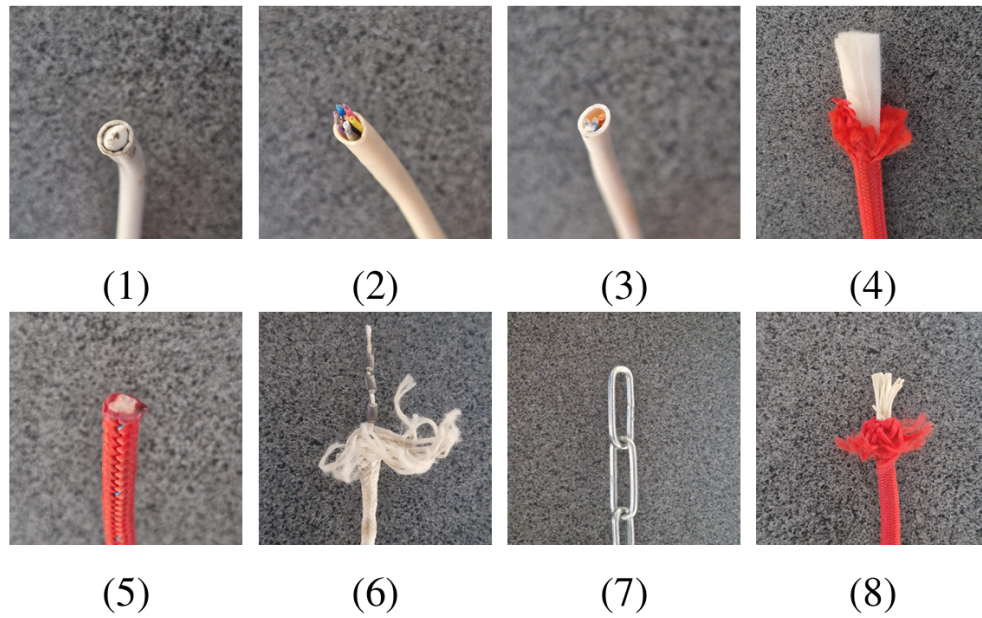


Figure 6.10 – Câbles étudiés lors de la session expérimentale [56]

Câble	1	2	3	4	5	6	7	8
Diamètre moyen / m	0.007	0.005	0.004	0.008	0.006	0.004	-	0.005
Masse volumique / $kg.m^{-3}$	953	1189	1060	199	1297	3714	≈ 8000	1020
Flottabilité / neutre (-), pesant ($\downarrow$), flottant ($\uparrow$)	-	-	-	$\uparrow$	-	$\downarrow$	$\downarrow$	-

Tableau 6.3 – Caractéristiques des câbles étudiés

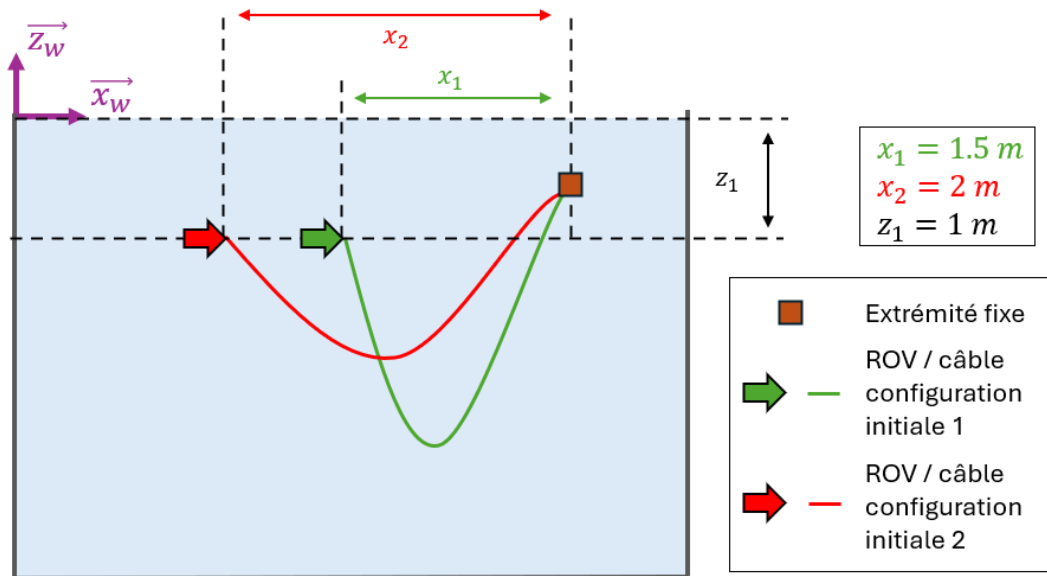


Figure 6.11 – Configurations initiales des expériences

Pour chaque câble, nous souhaitons étudier son comportement dans divers scénarios. Pour cela, nous utilisons un blueROV2 de *BlueRobotics*, permettant ainsi de faire varier :

- la **configuration initiale** du câble. L'extrémité du câble attachée au ROV est initialement positionné à la profondeur z_1 . Nous choisissons arbitrairement deux écartements horizontaux x_1 et x_2 , donnant une configuration initiale de câble différente (Fig. 6.11).
- le **type de mouvement**. Nous souhaitons observer l'impact des mouvements de translation longitudinale (surge), dans le plan initial du câble, ainsi que de translation latérale (sway), qui ont tendance à faire sortir le câble de ce même plan (Fig. 6.12).
- la **vitesse du mouvement**. Nous souhaitons analyser l'impact de la dynamique du robot sur les déformations dans le câble, en choisissant deux vitesses établies de robot différentes v_1 et v_2 , valant approximativement 0.25 m/s et 0.5 m/s respectivement.

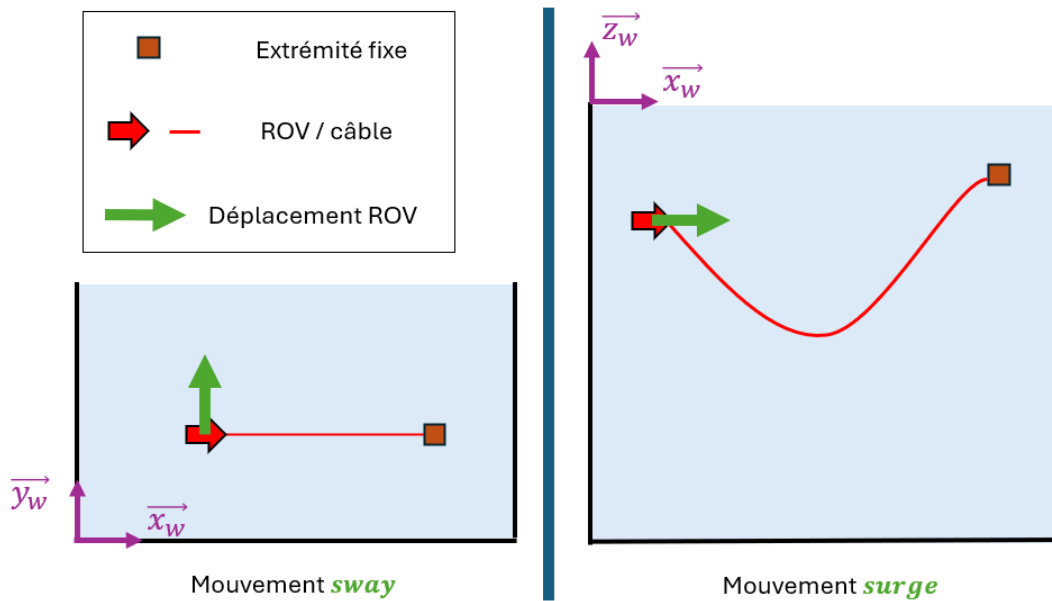


Figure 6.12 – Mouvements du ROV lors des expériences

Trajectoire	Mouvement	Vitesse ROV	Écartement initial
1	surge	v_1	x_2
2	surge	v_2	x_2
3	sway	v_1	x_1
4	sway	v_1	x_2
5	sway	v_2	x_1
6	sway	v_2	x_2

Tableau 6.4 – Trajectoires étudiées

Le protocole expérimental que nous avons suivi **pour chaque câble** est résumé dans la Tab. 6.4. Au vu des contraintes spatiales que nous avons pour les expériences, nous décidons de retirer de notre étude les cas "surge + x_1 ". Chaque trajectoire sera réalisé **trois fois** afin d'observer les éventuelles variations et tendances. Par ailleurs, le choix a été fait de piloter le ROV en boucle ouverte, en l'absence d'algorithmes d'asservissement de la vitesse disponibles à ce stade du projet. Cette décision n'affecte pas nos expériences, dans la mesure où l'objectif n'est pas d'analyser précisément le comportement du câble en fonction d'une vitesse strictement imposée. De plus, la vitesse effective peut être recalculée a posteriori à partir des données enregistrées, si nécessaire pour des analyses ultérieures. Chaque mouvement est exécuté conformément au processus de pilotage automatisé suivant :

1. Stabilisation automatique de la profondeur du ROV à la valeur z_1 pendant 2 s.
2. Démarrage du robot avec une commande constante C_s pendant 2.5 s, engendrant une vitesse v_s en régime établi selon la trajectoire à réaliser.
3. Application d'une commande deux fois plus forte dans la direction opposée $-2C_s$ pendant 0.3 s pour amorcer un ralentissement du robot.
4. Ralentissement du propulseur à la moitié de la commande initiale $-\frac{C_s}{2}$ pendant 0.2 s.
5. Désactivation du contrôle de profondeur puis arrêt complet des propulseurs après 13 s le temps de laisser le câble retrouver une configuration d'équilibre.

Au total, 144 séries de données ont été acquises sur l'ensemble des huit câbles étudiés, afin d'alimenter nos travaux de recherche. La Fig. 6.13 présente une photographie de la configuration expérimentale utilisée lors des essais.

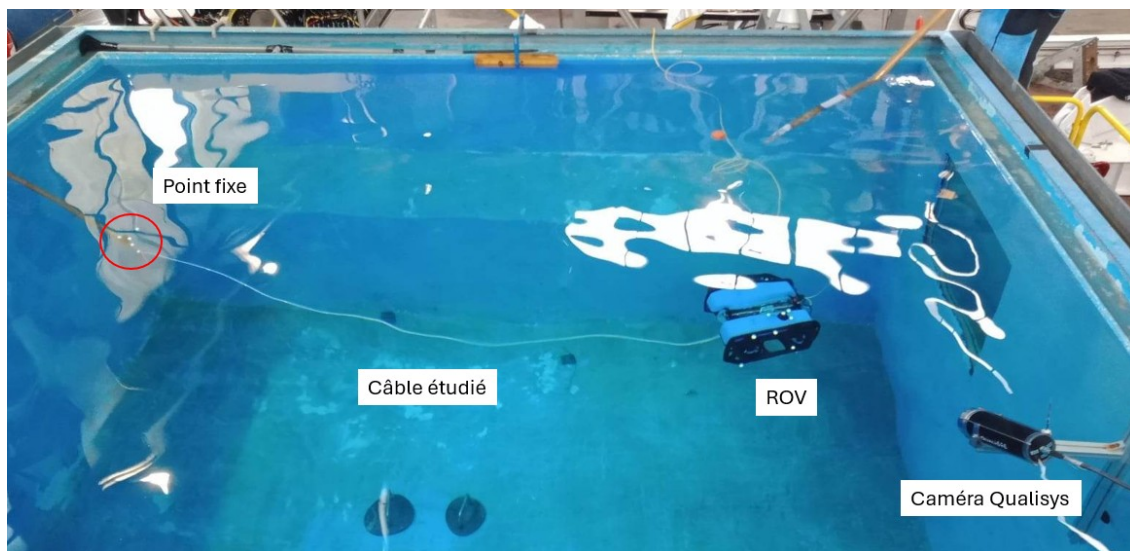


Figure 6.13 – Configuration expérimentale CEPHISMER - novembre 2022

Pour chaque série de données, un post-traitement a été nécessaire pour associer correctement chaque mesure de position enregistrée à un marqueur spécifique du câble. Cette

étape, appelée labellisation des données, consiste à identifier et à suivre chaque marqueur tout au long de l'expérience. Bien que le logiciel QTM offre des outils pour automatiser partiellement cette tâche, une vérification manuelle reste indispensable pour corriger les erreurs de détection, telles que les inversions de marqueurs ou les pertes momentanées de suivi. Ce travail minutieux de correction et d'association a été entièrement réalisé par un doctorant du laboratoire, Martin Filliung. À l'issue de ce post-traitement, les données sont organisées sous la forme de trajectoires temporelles fiables, dans lesquelles la position de chaque marqueur, relative à une référence spatiale déterminée lors d'une phase initiale de calibration, est connue à tout instant avec précision de 2.2 mm [56].

6.6 Architecture ROS2 complète de l'IHM

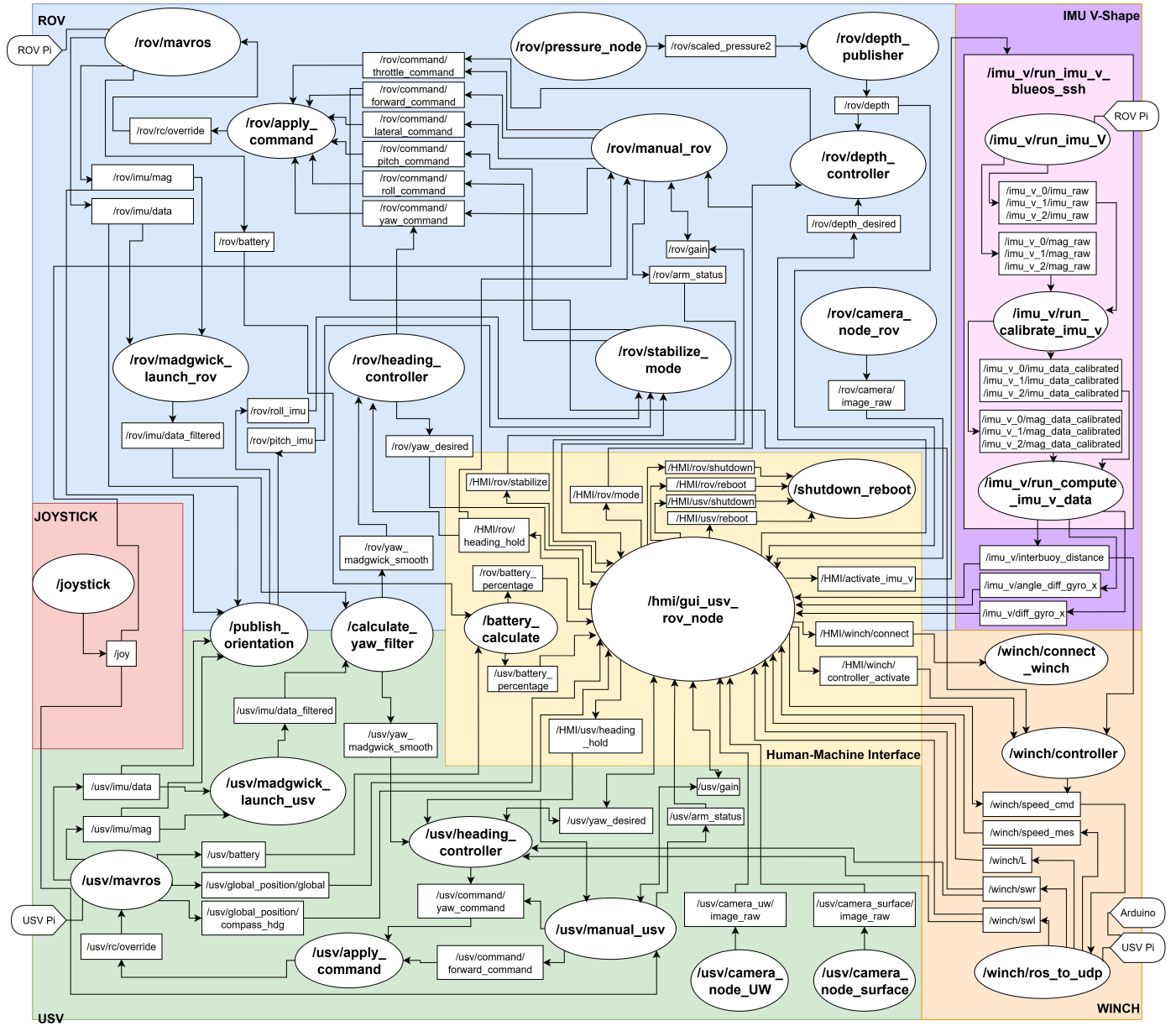


Figure 6.14 – Architecture ROS2 complète de l'IHM présentée en Section 3.3.1.

Bibliographie

- [1] Christian Lemaire. Physiologie et plongée profonde. la recherche française en 1981. <https://archimer.ifremer.fr/doc/00717/82912/>, 1981. Consulté le : 2025-03-05.
- [2] Les zones océaniques. <https://parlonssciences.ca/ressources-pedagogiques/documents-dinformation/les-zones-oceaniques>, 2021. Consulté le : 2025-03-05.
- [3] Camille Vallaux. Les explorations sous-marines aux bermudas et la bathysphère de william beebe. https://www.persee.fr/doc/geo_0003-4010_1931_num_40_226_11210, 1931. Consulté le : 2025-02-22.
- [4] Naval group va réaliser un démonstrateur de drone sous-marin autonome pour la direction générale de l’armement (dga). <https://www.naval-group.com/fr/naval-group-va-realiser-un-demonstrateur-de-drone-sous-marin-autonome-pour-la-direction-generale-de>, 2024. Consulté le : 2025-03-05.
- [5] DGA. La dga commande le développement de deux systèmes de robotique sous-marine grands fonds. <https://www.defense.gouv.fr/dga/actualites/dga-commande-developpement-deux-systemes-robotique-marine-grands-fonds>, 2024. Consulté le : 2025-03-05.
- [6] France 2030 : un plan d’investissement pour la france. <https://www.economie.gouv.fr/france-2030>, 2023. Consulté le : 2025-03-05.
- [7] Jim Romeo. Unmanned vehicle systems : ready for takeoff. <https://www.militaryaerospace.com/uncrewed/article/14298866/unmanned-underwater-vehicles-special-report>, 2023. Consulté le : 2025-03-05.
- [8] Aadil Brar. How china’s new extra-large underwater drone compares to us’ manta ray. <https://www.newsweek.com/china-underwater-drone-competition-armed-manta-ray-1899690>, 2024. Consulté le : 2025-03-05.
- [9] Matheus Laranjeira Moreira. Visual servoing on deformable objects : an application to tether shape control. <https://theses.hal.science/tel-02534996>, April 2019.
- [10] Ornella Tortorici. Conception et contrôle automatique d’un ombilical instrumenté pour robots sous-marins. <https://theses.hal.science/tel-04691916>, December 2021.
- [11] R. Capocci, G. Dooly, E. Omerdić, J. Coleman, T. Newe, and D. Toal. Inspection-Class Remotely Operated Vehicles—A Review. *Journal of Marine Science and Engineering*, 5(1) :13, March 2017.

- [12] Rov victor 6000 de l'ifremer. <https://www.ifremer.fr>. Consulté le : 2025-02-22.
- [13] Rov tortuga de subsea tech. <https://www.subsea-tech.com>. Consulté le : 2025-02-22.
- [14] Rov bluerov2 de bluerobotics. <https://bluerobotics.com>. Consulté le : 2025-02-22.
- [15] Propulseur t200 de bluerobotics. <https://bluerobotics.com>. Consulté le : 2025-08-21.
- [16] Rov bw space pro de youcan robot. <https://www.youcanrobot.com>. Consulté le : 2025-02-22.
- [17] Usv sea hunter de la darpa. <https://en.wikipedia.org>. Consulté le : 2025-02-22.
- [18] Usv sea baby de l'armée ukrainienne. <https://fr.wikipedia.org>. Consulté le : 2025-02-22.
- [19] Usv blueboat de bluerobotics. <https://bluerobotics.com>. Consulté le : 2025-02-22.
- [20] Propulseur m200 de bluerobotics. <https://bluerobotics.com>. Consulté le : 2025-08-21.
- [21] Usv hydrone de seafloor. <https://www.seafloorsystems.com>. Consulté le : 2025-02-22.
- [22] Arisumi Hitoshi Kato Shin Nishizawa Uichi Toyama Shigeki Shimono, Soji. Evaluation of Under water Positioning by Hanged ROV from USV. *International Journal of Modeling and Optimization*, 7(4) :224–230, August 2017.
- [23] Nadir Kapetanović, Kristijan Krčmar, Nikola Miskovic, and Đula Nađ. Tether Management System for Autonomous Inspection Missions in Mariculture Using an ASV and an ROV. *IFAC-PapersOnLine*, 55 :327–332, November 2022.
- [24] Chenyu Zhao, Philipp Thies, and Lars Johanning. Offshore inspection mission modelling for an ASV/ROV system. *Ocean Engineering*, 259 :111899, July 2022.
- [25] Unmanned Systems Technology. Usv (unmanned surface vehicle) rsv sea observer deploying the seabotix ro vlvb300 to increase safety. <https://www.unmannedsystemstechnology.com/2019/04/subsea-inspection-rov-deployed-and-operated-by-usv/>, 2025. Consulté le : 2025-08-30.
- [26] Teledyne Marine. Usv (unmanned surface vehicle) rsv sea observer deploying the seabotix ro vlvb300 to increase safety. <https://www.video.teledynemarine.com/video/38718516/usv-unmanned-surface-vehicle-rsv>, 2025. Consulté le : 2025-08-28.
- [27] Subsea Tech. Enrouleur 600m pour tortuga. <https://www.subsea-tech.com/fr/accessoires-rov/>, 2025. Consulté le : 2025-08-28.
- [28] F-E-T. Tether management systems. <https://f-e-t.com/subsea/vehicles/tether-management-systems>, 2025. Consulté le : 2025-08-28.
- [29] HybridRobotics Inc. Nautilus tether management systems. <https://www.hybridroboticsinc.com/tether-management-system>, 2025. Consulté le : 2025-08-28.

- [30] Yang Gu, Jianjun Ni, Zaiming Geng, Bing Zhao, and Haowen Yang. Buoy and winch collaborative control system based on deep reinforcement learning. *Journal of Marine Science and Engineering*, 13(2), 2025.
- [31] Taejun Moh, Namdo Jang, Seok Jang, and Jin Cho. Application of a winch-type towed acoustic sensor to a wave-powered unmanned surface vehicle. *Defence Science Journal*, 67 :125, 12 2016.
- [32] Robin Bye, Ottar Osen, Webjørn Rekdalsbakken, Birger Skogeng Pedersen, and Ibrahim Hameed. An intelligent winch prototyping tool. pages 276–284, 05 2017.
- [33] Chenyu Zhao, Philipp Thies, Lars Johanning, and J. Cowles. Modelling and assessment of ROV capacity within an autonomous offshore intervention system. pages 755–759. September 2020.
- [34] Chenyu Zhao, Philipp Thies, Johanning Lars, and James Cowles. Rov launch and recovery from an unmanned autonomous surface vessel – hydrodynamic modelling and system integration. *Ocean Engineering*, 232 :109019, 2021.
- [35] Hyunjoon Cho, Sang-Ki Jeong, Dae-Hyeong Ji, Ngoc-Huy Tran, Mai The Vu, and Hyeung-Sik Choi. Study on control system of integrated unmanned surface vehicle and underwater vehicle. *Sensors*, 20(9), 2020.
- [36] Gongxing Wu, Taotao Xu, Yushan Sun, and Jiawei Zhang. Review of multiple unmanned surface vessels collaborative search and hunting based on swarm intelligence. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 19(2), March 2022. Publisher : SAGE Publications.
- [37] Aurélien Merci, Cédric Anthierens, Nadège Thirion-Moreau, and Yann Le Page. Management of a fleet of autonomous underwater gliders for area coverage : From simulation to real-life experimentation. *Robotics and Autonomous Systems*, 183 :104825, January 2025.
- [38] Yubing Wu, Tao Wang, and Shuo Liu. A Review of Path Planning Methods for Marine Autonomous Surface Vehicles. *Journal of Marine Science and Engineering*, 12(5) :833, May 2024.
- [39] Xiaomin Lin, Nare Karapetyan, Kaustubh Joshi, Tianchen Liu, Nikhil Chopra, Miao Yu, Pratap Tokekar, and Yiannis Aloimonos. UIVNAV : Underwater Information-driven Vision-based Navigation via Imitation Learning. In *2024 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 5250–5256, May 2024. arXiv :2309.08806 [cs].
- [40] Behzad Bayat, Naveena Crasta, Alessandro Crespi, António M. Pascoal, and Auke Ijspeert. Environmental monitoring using autonomous vehicles : a survey of recent searching techniques. *Current Opinion in Biotechnology*, 45 :76–84, June 2017.
- [41] Xiaosong Li, Xiaochen Li, Dianguang Ma, and Xianwei Kong. Trajectory Tracking Control of Unmanned Surface Vehicles Based on a Fixed-Time Disturbance Observer. *Electronics*, 12(13) :2896, June 2023. Publisher : MDPI AG.

- [42] Tao Liu, Zaopeng Dong, Hongwang Du, Lifei Song, and Yunsheng Mao. Path Following Control of the Underactuated USV Based On the Improved Line-of-Sight Guidance Algorithm. *Polish Maritime Research*, 24(1) :3–11, March 2017. Publisher : Walter de Gruyter GmbH.
- [43] Dong-Wook Jung, Seung-Min Hong, Jae-Heon Lee, Hyun-Joon Cho, Hyeung-Sik Choi, and Mai-The Vu. A Study on Unmanned Surface Vehicle Combined with Remotely Operated Vehicle System. 9 :9, 2018.
- [44] Qiang Zhang, Sihang Zhang, Yang Liu, Yan Zhang, and Yancai Hu. Adaptive terminal sliding mode control for USV-ROVs formation under deceptive attacks. *Frontiers in Marine Science*, 11 :1320361, February 2024.
- [45] Giuseppe Conte, David Scaradozzi, Daniele Mannocchi, Paolo Raspa, Luca Panebianco, and Laura Screpanti. Experimental testing of a cooperative ASV-ROV multi-agent system. *IFAC-PapersOnLine*, 49(23) :347–354, 2016.
- [46] Lei Zhang, Jia-Wang Chen, Yu-Xia Sun, and Shuai Hao. Path-following control of remotely operated vehicle based on improved hybrid fuzzy pid control. In *Proc. of the 2nd International Conference on Electronics, Electrical Engineering and Information Science*, pages 800–806, 2016.
- [47] Xiaoyong Shang, Guoqing Zhang, Hongguang Lyu, and Guifu Tan. Research on Intelligent Navigation Technology : Intelligent Guidance and Path-Following Control of USVs. *Journal of Marine Science and Engineering*, 12(9) :1548, September 2024. Publisher : MDPI AG.
- [48] Linxiang Sun, Yu Wang, Xiaolong Hui, Xibo Ma, Xuejian Bai, and Min Tan. Underwater Robots and Key Technologies for Operation Control. *Cyborg and Bionic Systems*, 5 :0089, March 2024. Publisher : American Association for the Advancement of Science.
- [49] Juliette Drupt, Andrew I. Comport, Claire Dune, and Vincent Hugel. MAM3SLAM : Towards underwater-robust multi-agent visual SLAM. *Ocean Engineering*, 302 :117643, June 2024. Publisher : Elsevier BV.
- [50] Gang Chen, Guoqiang Du, Chenguang Yang, Yidong Xu, Chuanyu Wu, Huosheng Hu, Fei Dong, and Jinfeng Zeng. An underwater visual SLAM system with adaptive image enhancement. *Ocean Engineering*, 326 :120896, May 2025.
- [51] Xin Su, Inam Ullah, Xiaofeng Liu, and Dongmin Choi. A Review of Underwater Localization Techniques, Algorithms, and Challenges. *Journal of Sensors*, 2020 :e6403161, January 2020. Publisher : Hindawi.
- [52] Ge Zhang, Guoxing Yi, Zhennan Wei, Yangguang Xie, and Ziyang Qi. A Novel Positional Calibration Method for an Underwater Acoustic Beacon Array Based on the Equivalent Virtual Long Baseline Positioning Model. *Journal of Marine Science and Engineering*, 12(5) :825, May 2024.

- [53] Jinwu Tong, Xiaosu Xu, Lanhua Hou, Yao Li, Jian Wang, and Liang Zhang. An Ultra-Short Baseline Positioning Model Based on Rotating Array & Reusing Elements and Its Error Analysis. *Sensors*, 19(20) :4373, October 2019.
- [54] Joel Reis, Marco Morgado, Pedro Batista, Paulo Oliveira, and Carlos Silvestre. Design and Experimental Validation of a USBL Underwater Acoustic Positioning System. *Sensors*, 16(9) :1491, September 2016.
- [55] Di Wang, Xiaosu Xu, Yiqing Yao, Tao Zhang, and Yongyun Zhu. A novel sins/dvl tightly integrated navigation method for complex environment. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 69(7) :5183–5196, 2020.
- [56] M. Filliung, J. Drupt, C. Peraud, C. Dune, N. Boizot, A. Comport, C. Anthierens, and V. Hugel. An Augmented Catenary Model for Underwater Tethered Robots. In *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA 2024)*, Yokohama, Japan, May 2024.
- [57] Charly Peraud, Martin Filliung, Cedric Anthierens, Claire Dune, Nicolas Boizot, and Vincent Hugel. IMU-based Monitoring of Buoy-Ballast System through Cable Dynamics Simulation. *2024 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2024.
- [58] Ricardo Martins and Meysam Basiri. Tension Estimation and Localization for a Tethered Micro Aerial Robot, February 2023. arXiv :2302.03551 [cs].
- [59] Kurt Talke. Catenary Tether Shape Analysis for a UAV - USV Team. page 7.
- [60] Lev Smolentsev, Alexandre Krupa, and François Chaumette. Shape visual servoing of a tether cable from parabolic features. In *2023 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 734–740, London, United Kingdom, May 2023. IEEE.
- [61] Juliette Drupt, Claire Dune, Andrew I. Comport, and Vincent Hugel. Validity of the catenary model for moving submarine cables with negative buoyancy. In *3rd workshop on RObotic MANipulation of Deformable Objects : challenges in perception, planning and control for Soft Interaction (ROMADO-SI)*, Kyoto, Japan, October 2022.
- [62] J. Drupt, C. Dune, A. I. Comport, S. Sellier, and V. Hugel. Inertial-Measurement-Based Catenary Shape Estimation of Underwater Cables for Tethered Robots. In *2022 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, October 2022.
- [63] Z. H. Zhu. Dynamic modeling of cable system using a new nodal position finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, 26(6) :692–704, 2010.
- [64] Xin Chen, Bin Hong, Zhangxi Lin, Jing Hou, Zhendong Gao, and Shunya Lv. Lumped Mass Model for Flexible Cable : A Review. *Journal of Physics : Conference Series*, 1995(1) :012029, August 2021.

- [65] M. H. Zawawi, A. Saleha, A. Salwa, N. H. Hassan, N. M. Zahari, M. Z. Ramli, and Z. C. Muda. A review : Fundamentals of computational fluid dynamics (cfd). *AIP Conference Proceedings*, 2030(1) :020252, 11 2018.
- [66] Jan Vidar Grindheim. Underwater cable dynamics for beginners. In *29th International Congress on Waterborne Transportation, Shipbuilding and Offshore Constructions*. Galoa, 2022.
- [67] C.M. Ablow and S. Schechter. Numerical simulation of undersea cable dynamics. *Ocean Engineering*, 10(6) :443–457, January 1983.
- [68] Ole Alexander Nørve Eidsvik and Ingrid Schjølberg. Finite element cable-model for Remotely Operated Vehicles (ROVs) by application of beam theory. *Ocean Engineering*, 163 :322–336, September 2018.
- [69] J.L. Tang, G.X. Ren, W.D. Zhu, and H. Ren. Dynamics of variable-length tethers with application to tethered satellite deployment. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 16(8) :3411–3424, August 2011.
- [70] Weicai Quan and Qingqing Chang. Variable-Length Cable Dynamics of Payout and Reel-in With a Vertically Tethered Underwater Drill Rig. *IEEE Access*, 8 :66625–66637, 2020.
- [71] Weicai Quan, Qingqing Chang, Qifeng Zhang, and Jun Gong. Dynamics calculation for variable-length underwater cable with geometrically nonlinear motion. *Ocean Engineering*, 212 :107695, September 2020.
- [72] T.I. Fossen. *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. Wiley, 2021.
- [73] Chu-Jou Wu and B Eng. 6-DoF Modelling and Control of a Remotely Operated Vehicle. Master’s thesis, College of Science and Engineering, Flinders University, 2018.
- [74] Ornella Tortorici, Cédric Anthierens, and Vincent Hugel. A New Flex-Sensor-Based Umbilical-Length Management System for Underwater Robots. In *2023 European Conference on Mobile Robots (ECMR)*, pages 1–6, Coimbra, Portugal, September 2023. IEEE.
- [75] Ornella Tortorici, Charly Péraud, Cédric Anthierens, and Vincent Hugel. Automated Deployment of an Underwater Tether Equipped with a Compliant Buoy–Ballast System for Remotely Operated Vehicle Intervention. *Journal of Marine Science and Engineering*, 12(2) :279, February 2024.
- [76] Edoardo Topini, Marco Pagliai, and Benedetto Allotta. Dynamic Maneuverability Analysis : A Preliminary Application on an Autonomous Underwater Reconfigurable Vehicle. *Applied Sciences*, 11(10) :4469, May 2021.

Table des figures

1	Profondeur des différentes zones océaniques [2]	5
2	Première génération de robots sous-marins	6
3	Système ROV/USV étudié dans cette thèse	9
1.1	Catégories de robots marins et sous-marins	14
1.2	ROV Victor 6000 de l'Ifremer	16
1.3	ROV Tortuga de Subsea Tech	16
1.4	ROV BlueROV2 de BlueRobotics	17
1.5	ROV BW Space Pro de Youcan Robot	18
1.6	USV Sea Hunter de la DARPA	19
1.7	USV Sea Baby de l'armée Ukrainienne	20
1.8	USV BlueBoat de BlueRobotics	20
1.9	USV Hydrone de Seafloor	21
1.10	Système ROV/USV dans un cadre de recherche : Shimono <i>et al.</i> [22]	22
1.11	Système ROV/USV dans un cadre industriel : <i>L3 Technologies</i> [25]	22
1.12	Intégration théorique du système en V et de l'enrouleur intelligent au sein d'un système ROV/USV	24
1.13	Système en V développé au laboratoire COSMER entre 2017 et 2021 [10].	25
1.14	Structures générales de commande des systèmes multi-robots.	28
2.1	Exemple de câble subissant son propre poids vs câble tendu	37
2.2	Modèle de chaînette [10]	37
2.3	Représentation du repère local $R^{t,s}$ depuis le repère global R_w	41
2.4	Définition du repère local $R^{t,s}$ avec les angles d'Euler	41
2.5	Définition du repère local $R^{t,s}$ avec les quaternions	42
2.6	Équations de conditions limites	45
2.7	Discrétisation en N points d'un câble	45
2.8	Maillage spatio-temporel des inconnues du câble discrétisé	46
2.9	Approximation des dérivées partielles du vecteur d'état sur le maillage $\{s_i, s_{i+1}\} \times \{t_n, t_{n+1}\}$	47
2.10	Résolution de l'équation $e^x - 3 = 0$ avec la méthode de Newton-Raphson	50
2.11	Représentation visuelle de $\mathbf{g}(\mathbf{Y}^k, t_n)$	51

2.12	Représentation visuelle de $\mathbf{J}(\mathbf{Y}^k, t_n)$.	51
2.13	Configuration initiale de câble pesant en chaînette	52
2.14	Configuration initiale de câble neutre avec précontrainte	53
2.15	Configuration initiale à partir de données mesurées	54
2.16	Configuration initiale à partir de données simulées	55
2.17	Incorporation d'un élément ponctuel au modèle de câble via le principe de superposition.	58
2.18	Exemple de maillage adaptatif. Un câble de longueur 1 m est initialement discrétisé avec un pas de 0,1 m. Trois éléments ponctuels sont placés aux positions 0 m, 0,48 m et 1 m. Le maillage adaptatif passe par ces positions et est affiné localement autour de celles-ci tout en respectant une distance minimale d_{min} entre les points.	58
2.19	Principe de fonctionnement de l'algorithme de gestion de point	59
2.20	Superposition de la vitesse de l'enrouleur	60
2.21	Modèle équivalent de l'enrouleur asservi en vitesse linéaire utilisé en simulation	61
2.22	Représentation visuelle de l'architecture du simulateur	62
2.23	Exemple de visualisation des inconnues du câble à tout instant d'une simulation.	64
2.24	Configuration expérimentale CEPHISMER - novembre 2022	65
2.25	Exemple de simulation pour la trajectoire 5 du câble (6). Vidéo disponible sur YouTube (mars 2024) https://youtu.be/jEm2rzcwj0	66
3.1	Système en V développé au laboratoire COSMER entre 2017 et 2021 [10].	70
3.2	Système en V simulé se stabilisant autour de sa position d'équilibre. Vidéo disponible sur YouTube https://youtu.be/1dYweIBYVUg (mars 2024).	71
3.3	Positionnement des cinq IMUs sur le système en V simulé. Le ROV se trouve à l'extrémité droite de la figure, tandis que l'enrouleur (WINCH) est situé à l'autre extrémité.	71
3.4	Résultats de la simulation <i>Round Trip</i> . Légende détaillée en Fig. 3.5. Vidéo disponible sur YouTube https://youtu.be/0JbwC3mf4dc (mars 2024).	74
3.5	Résultats de la simulation <i>Turn</i> . Haut : <i>interbuoy distance</i> estimée via les IMU (trait plein) vs. distance géométrique entre les bouées en simulation (pointillés). Milieu-haut : tension tangentielle de l'IMU 1 (pointillés rouges) et de l'IMU 5 (pointillés noirs). Différence entre T_{t_1} et T_{t_5} (trait plein bleu) avec l'échelle à droite, dont la valeur 0 est représentée par un trait plein vert. Milieu-bas : Courbure entre les IMUs 2 et 3 estimée via les IMU (pointillés bleus) vs. mesurée en simulation (trait plein rouge). Bas : Angles horizontaux des IMUs, relatifs à la direction du ROV. Vidéo disponible sur YouTube https://youtu.be/xx91qPXUkgw (mars 2024).	75

3.6	Résultats de la simulation <i>Dive</i> . Légende détaillée en Fig. 3.5. Vidéo disponible sur YouTube https://youtu.be/XwsexYf5l0o (mars 2024).	75
3.7	Réalisation de l'étanchéité d'une IMU	77
3.8	Instrumentation du système en V basé IMU sur l'ombilical	77
3.9	Photo de l'expérience " <i>Interbuoy Distance</i> mesurée vs réelle".	78
3.10	<i>Interbuoy Distance</i> mesurée vs réelle	78
3.11	<i>Interbuoy Distance</i> Mesurée vs Commande Forward ROV	79
3.12	Vue d'ensemble de l'enrouleur fixé sur l'USV, avec (à gauche) et sans (à droite) la boîte étanche.	80
3.13	Représentation de la CAO du trancaneur (gauche) et du module de tension adapté (milieu). Photo des switches (droite) montés sur le système réel. . .	81
3.14	Contenu du boîtier électrique, à plat (gauche) et monté dans la boîte étanche (droite).	82
3.15	Photographies de la structure en bois supportant la solution, aux différentes étapes de la fabrication de l'armature étanche en mousse : avant (gauche), pendant (centre) et après (droite).	84
3.16	Comportement en boucle ouverte de l'enrouleur lors de phases de déroulement (gauche) et d'enroulement (droite).	85
3.17	Schéma de l'asservissement en vitesse de l'enrouleur	86
3.18	Réponses à des consignes en échelon de vitesses linéaires : 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 m/s (déroulement) et -0.1, -0.2, -0.3 m/s (enroulement)	87
3.19	Schéma de l'asservissement à l' <i>interbuoy distance</i> de l'enrouleur	88
3.20	Schéma du protocole de communication entre la carte <i>Arduino</i> et l'USV. SWR : variable booléenne transmise lors d'un front montant ou descendant détecté sur le switch droit. SWL : même nature que SWR , associée au switch gauche. SPEED_CMD : valeur flottante correspondant à la consigne de vitesse de l'asservissement local ; positive pour le déroulement, négative pour l'enroulement. SPEED_MES : valeur flottante représentant la vitesse mesurée par le codeur incrémental. L : valeur flottante indiquant la variation de la longueur de câble depuis le démarrage du système.	89
3.21	Architecture ROS 2 simplifiée de l'IHM : le nœud central <code>/hmi/main</code> communique avec les nœuds de chaque sous-système (<code>/usv/main</code> , <code>/rov/main</code> , <code>/v-shape/main</code> , <code>/winch/main</code>) ainsi qu'avec l'interface <code>/joystick</code>	91
3.22	Aperçu de la GUI : onglets des sous-systèmes (bleu), moniteur d'état en temps réel (vert), sélecteur de composants (jaune), bouton d'enregistrement (rouge).	92
4.1	Photos des robots utilisés dans cette thèse : ROV (gauche) et USV sans l'enrouleur (droite)	96
4.2	Différents environnements d'expérimentation.	97

4.3	Dispositif d'acquisition vidéo mis en place autour des bassins.	98
4.4	Expérimentation <i>Round-Trip</i> . Haut : consigne de vitesse d'enrouleur (bleu) vs. vitesse mesurée (orange). Milieu : <i>interbuoy distance</i> désirée (orange) vs. <i>interbuoy distance</i> mesurée filtrée (bleu). Bas : commandes FORWARD et YAW du ROV. Vidéo disponible sur YouTube (juin 2025) https://youtu.be/tfrkL6X7q0o	99
4.5	Expérimentation <i>C-turn</i> . Même disposition que la Fig. 4.4. Vidéo disponible sur YouTube (juin 2025) https://youtu.be/MqwHu8fHHkA	100
4.6	Expériences de tentative de formation de nœud. Vidéos disponibles sur YouTube (juin 2025) : enrouleur inactif (https://youtu.be/H8mcCbAyHhE), et enrouleur asservi à l' <i>interbuoy distance</i> (https://youtu.be/7PJ_wkB08sk).	101
4.7	Angles d'activation et de désactivation des switches lorsque l'USV tourne et que le ROV est immobile. Haut : état des switches gauche (orange) et droit (bleu). Bas : direction du ROV par rapport à l'USV (bleu) et cap de l'USV (orange). Les différences d'angles aux instants d'activation et de désactivation des switches sont notés sur la figure. Vidéos disponibles sur YouTube (juin 2025) https://youtu.be/s564AWdTk6w	102
4.8	Angles d'activation et de désactivation des interrupteurs pendant que le ROV tourne autour de l'USV immobile. Etat des switches gauche (signal orange) et droit (signal bleu). Zones frontales gauche (rouge transparent) et droite (bleu transparent). Vidéos disponibles sur YouTube (juin 2025) https://youtu.be/xVJTxyzvYIrc	104
4.9	Algorithme du Trigger/Untrigger Detection Process	105
4.10	Vues de différentes caméras lors de l'expérience de trajectoire en carré. L'image en haut à gauche provient de la webcam, capturant l'ensemble de la scène. L'image en bas à gauche est issue d'une caméra sous-marine. L'image à droite présente une vue en plongée depuis la caméra à 360°. Vidéo disponible sur YouTube (juin 2025) https://youtu.be/33gEVxLMTkk	107
4.11	Schéma-bloc du système de contrôle de l'USV, composé du contrôleur de <i>yaw</i> (en haut) et du contrôleur de <i>surge</i> (en bas). Le contrôleur de <i>yaw</i> calcule l'écart d'angle ε_θ entre l'angle de départ du câble θ_C et le cap actuel de l'USV θ_U , puis détermine le cap désiré θ_U^* selon l'algorithme <i>TUDP</i> , paramétré par le gain de <i>yaw</i> K_y . Le contrôleur de <i>surge</i> calcule la vitesse d'avancée désirée de l'USV, v_U^* , à partir de la longueur de câble mesurée $L_{c,m}$ et du seuil de longueur de câble $L_{c,th}$, mise à l'échelle par le gain de <i>surge</i> K_s	109
4.12	Résultats de l'expérience en mode Tracker. Haut : Cap du ROV (bleu), cap de l'USV (orange), et consigne de cap de l'USV (pointillé vert). Bas : États des switches gauche (bleu) et droit (orange). Vidéo disponible sur YouTube (juillet 2025) : https://youtu.be/9zE3-sF-dlw	110

4.13	Vues de différentes caméras lors de l'expérience en mode Cruiser. L'image de gauche montre une caméra fixe située en hauteur capturant toute la scène. L'image en haut à droite provient de la webcam. L'image en bas à droite provient d'une caméra sous-marine montrant le ROV lors de son déplacement en ligne droite.	112
4.14	Résultats de l'expérience en mode Cruiser. Haut : Cap du ROV (bleu), cap de l'USV (orange), cap désiré de l'USV (pointillé vert) et état du switch gauche (rouge). Milieu : Longueur de câble mesurée (violet) et seuil de longueur de câble (pointillé vert). Bas : Valeur de la commande de <i>surge</i> de l'USV (bleu). Vidéo disponible sur YouTube (juillet 2025) : https://youtu.be/_U7_q6V1WHA	112
4.15	Vues issues de plusieurs caméras lors de l'expérience en mode <i>Random</i> . Les flux vidéo proviennent d'un smartphone (à gauche), d'une webcam fixe (en haut à droite) et d'une caméra sous-marine (en bas à droite), offrant ainsi différentes perspectives. Vidéo disponible sur YouTube (juin 2025) : https://youtu.be/yCi3LK4GHts	113
4.16	Modèle géométrique utilisé pour estimer la distance horizontale Δx . $L_R = 0,25$ m et $L_U = 0,325$ m représentent les distances entre le centre géométrique de chaque robot et le point de départ du câble. $L_0 = 0,1$ m est la longueur entre le ROV et le point d'attache de la bouée la plus proche. $L_{c,0} = 0,83$ m correspond à la longueur initiale de câble, mesurée au début de l'expérience, permettant de suivre la longueur de câble restante $L_{c,m}$ via le codeur incrémental de l'enrouleur. h et d_{BB} représentent respectivement la profondeur du ROV et la valeur d' <i>interbuoy distance</i> , mesurées pendant l'expérience. Δx_c est la distance horizontale fictive entre le système en V et l'enrouleur.	116
4.17	Résultats de l'expérience avec les deux switches. Haut : Cap de l'USV (bleu), direction réelle du ROV depuis l'USV (orange), estimation de la direction du ROV avec la méthode à un seul switch (pointillés verts), et estimation avec la méthode à deux switches (pointillés rouges). Bas : États des switches droit (bleu) et gauche (orange). Vidéo disponible sur YouTube (juillet 2025) https://youtu.be/9WZAK14z_0g	119
6.1	Configurations du câble : 0 = repos, 1 = traction pure	127
6.2	Définition du repère local $R^{t,s}$ depuis le repère global R_w	130
6.3	Modèle du câble pour le calcul du TMC	143
6.4	Définition du repère local $R^{t,s}$ depuis le repère global R_w	149
6.5	Modèle du câble pour le calcul du TMC	158
6.6	Repères fixe R_N et local R_b selon la SNAME, figure issue de [76]	162
6.7	Bassin intérieur du CEPHISMER de la Marine Nationale Française	170
6.8	Zone opérationnelle de notre étude	171

6.9	Acquisition des positions 3D d'un câble via le système Qualisys	171
6.10	Câbles étudiés lors de la session expérimentale [56]	172
6.11	Configurations initiales des expériences	172
6.12	Mouvements du ROV lors des expériences	173
6.13	Configuration expérimentale CEPHISMER - novembre 2022	174
6.14	Architecture ROS2 complète de l'IHM présentée en Section 3.3.1.	176

Charly PERAUD

COncption de Systèmes Mécaniques et Robotiques, Université de Toulon

Gestion automatisée de l'ombilical d'un système coopératif ROV/USV

Les travaux présentés dans cette thèse s'inscrivent dans le domaine de la robotique marine et sous-marine et portent sur un système coopératif couplant un véhicule téléopéré sous-marin (ROV) et un véhicule marin de surface (USV). L'un des défis majeurs de ce type de système concerne la gestion de l'ombilical, indispensable pour l'alimentation et la communication avec le ROV, mais source de risques opérationnels lorsqu'il n'est pas contrôlé : un câble trop long peut s'accrocher ou s'emmêler, tandis qu'un câble trop court peut bloquer le mouvement du ROV et se détériorer. La contribution principale de cette thèse repose sur la modélisation, la conception et l'expérimentation d'une solution de gestion d'ombilical adaptée à un système ROV/USV de petite taille. La première étape de ce travail a été de développer un simulateur dynamique de missions, basé sur le langage python, intégrant des modèles de ROV, d'USV, d'ombilical et d'enrouleur. Cet outil a permis d'évaluer l'impact d'une bonne gestion de câble au cours d'une mission et d'orienter le choix de la solution retenue. Celle-ci repose sur l'utilisation de deux sous-systèmes : le système en V, intégré sur le câble près du ROV, et l'enrouleur, fixé sur l'USV. Le système en V est constitué de deux flotteurs positionnés sur le câble et d'un lest placé exactement entre les deux éléments, imposant naturellement une forme compliant de câble en allure de "V". Cette solution réduit passivement les perturbations subies de part et d'autre des flotteurs, et son instrumentation avec des centrales inertielles (IMUs) permet d'obtenir une image de sa déformation, indiquant la nécessité d'ajuster la longueur de câble. L'enrouleur répond à cette consigne grâce à un module de tension, qui impose la vitesse du câble au niveau de l'USV. Il est également constitué d'un trancaneur, dont le rôle est de stocker la réserve de câble non déployée de manière compacte et ordonnée. La conception mécatronique, le prototypage et l'intégration ont été réalisés, puis validés expérimentalement sur banc d'essai et en bassin. Les résultats démontrent la capacité du système à maintenir le câble dans un état dit "semi-tendu" qui réduit les risques d'emmêlement et améliore la manœuvrabilité du ROV. Cette solution a finalement été exploitée dans des stratégies de navigation synchronisée - entre le ROV en mission et son USV suiveur - et de localisation relative entre les deux robots, et a démontré des apports significatifs afin d'améliorer l'autonomie opérationnelle du système.

mots clés : Robotique sous-marine, Câble, Mécatronique

Automated management of the umbilical of a cooperative ROV/USV system

The work presented in this thesis falls within the field of marine and underwater robotics and focuses on a cooperative system coupling an underwater remotely operated vehicle (ROV) with an unmanned surface vehicle (USV). One of the major challenges of such a system concerns the management of the umbilical, which is essential for powering and communicating with the ROV, but also a source of operational risks when not properly controlled : a cable that is too long can snag or become entangled, while a cable that is too short can restrict the ROV's movements and suffer damage. The main contribution of this thesis lies in the modeling, design, and experimental validation of an umbilical management solution tailored to a small-scale ROV/USV system. The first stage of this work involved developing a dynamic mission simulator, implemented in Python, integrating models of the ROV, the USV, the umbilical, and the winch. This tool made it possible to assess the impact of proper cable management during a mission and to guide the choice of the adopted solution. This solution is based on two subsystems : the V-shape system, integrated on the cable near the ROV, and the winch, mounted on the USV. The V-shape system consists of two floats positioned on the cable and a weight placed exactly between them, naturally imposing a compliant V-shaped cable configuration. This arrangement passively reduces disturbances on both sides of the floats, and by equipping it with inertial measurement units (IMUs), it becomes possible to capture its deformation, providing cues on when to adjust the cable length. The winch executes this adjustment thanks to a tension control module, which regulates the cable's speed at the USV. It also incorporates a spooler, whose role is to store the unused reserve of cable compactly and neatly. Mechatronic design, prototyping, and integration were carried out, then experimentally validated through test benches and tank trials. The results demonstrate the system's ability to maintain the cable in a so-called "semi-tensioned" state, which reduces the risk of entanglement and improves the ROV's maneuverability. Finally, this solution was applied to synchronized navigation strategies — between the mission ROV and its follower USV — as well as to relative localization between the two robots, and proved to significantly enhance the operational autonomy of the system.

keywords: Marine Robotics, Tether, Mechatronics design

